

關於《算數書》與《九章算術》的關係

中國科學院自然科學史研究所 郭書春

由於《九章算術》是中國古代數學最重要的著作，又編纂於漢代，因此，從1983年底湖北張家山247號漢墓發掘中發現《算數書》¹竹簡起，學術界就開始關心《算數書》與《九章算術》的關係。

一·《算數書》是《九章算術》的前身嗎？

1985年初，在《算數書》竹簡出土的消息公佈於世時，李學勤先生就說，《算數書》和《九章算術》或者有承襲關係，或者同源。²應該說，李先生的態度是謹慎的。1985年底，陳躍鈞等先生撰文透露出關於《算數書》更多的資訊，明確提出《算數書》“是《九章算術》之源”的觀點：“《算數書》約七千餘字，算題可分為七大類、六十餘個小題，算法類包括《合分》（分數加法）、《增減分》、《分乘》（分數乘法）、《徑（經）分》（分數除法）、《約分》等，算題類別還有《方田》、《粟米》、《衰分》、《少廣》、《商功》、《均輸》、《盈不足》等，它同《九章算術》有很多相同之處，而時代要比《九章算術》早二百多年，它是《九章算術》之源”。³這裡關於《算數書》內容的描述模棱兩可，尤其是將“方田”、“粟米”、“衰分”、“少廣”、“商功”、“均輸”、“盈不足”等用書名號標出，容易讓人們理解成《九章算術》這七章的章名，都是《算數書》的小標題。因此，學術界多數認為《算數書》是《九章算術》的前身。有的學者甚至認為《算數書》是張蒼編撰的。⁴筆者一向對沒有研究過的東西不敢輕言，認為《算數書》與《九章算術》“兩者的關係有待於研究”⁵。2000年，《算數書》的主要整理者彭浩先生在公佈《算數書》釋文的同時，撰文認為，《算數書》“對另一部數學巨著《九章算術》的產生有著直接的影響”⁶。

筆者⁷和鄒大海⁸則認為《算數書》不是《九章算術》的前身。在這裏試圖進一步探討這個問題。筆者認為，為此，需要探討以下幾個問題：

首先，《算數書》和《九章算術》是現在所知道的最早的數學著作，那麼，它們到底是“流”還是“源”？學術界對《算數書》和《九章算術》已有深入的研

¹ 張家山漢簡整理小組：《張家山漢墓竹簡》，第81—98頁，第247—172頁。文物出版社，2001年。

² 李學勤，《中國數學史上的重大發現》。《文物天地》，1985年第1期。

³ 陳躍鈞、閻頻，《江陵張家山漢墓的年代及相關問題》。《考古》，1985年第12期。

⁴ 李迪，《中國數學通史·上古到五代卷》。南京：江蘇教育出版社，1997年。第94頁。

⁵ 郭書春，《中國古代數學》。濟南：山東教育出版社，1991年。頁5。繁體字本，臺北：商務印書館，1994，1995年。頁6。修訂本，北京：商務印書館，1997，2004年。第6頁。

⁶ 彭浩：《中國最早的數學著作《算數書》》。《文物》，2000年第9期，第85—90頁。

⁷ 郭書春：《試論《算數書》的理論貢獻與編纂》。《法國漢學》第六輯，第505~537頁。中華書局，2002年。

⁸ 鄒大海：《算數書》初探。《自然科學史研究》第20卷（2001年）第3期。

究，普遍認為，它們數學成就相當大，因此，它們都是“流”，而不是“源”。

其次，如果它們都是“流”而不是“源”，是否有足夠的證據判斷《九章算術》與《算數書》孰先孰後？

再次，《算數書》和《九章算術》含有某些共同的方法，能否由此得出一個是另一個之源或其前身的結論？

關於《算數書》和《九章算術》的編纂

與《算數書》共存的《曆譜》的最後一年是西漢呂后二年（西元前 186 年），持《算數書》是《九章算術》之源或其前身之說的文物界學者，都仍持《九章算術》編定於西元 1 世紀下半葉的觀點，由《九章算術》的某些內容與《算數書》相同，而又比《算數書》晚 200 餘年，遂得出《算數書》是《九章算術》之源的結論。因此，為了討論《算數書》和《九章算術》的關係，我們必須先回顧一下《算數書》與《九章算術》的編纂。

（一）關於《算數書》的編纂

談到《算數書》的編纂，我們應該注意到兩點：

1 · 《算數書》內容多處重複。

（1）標題重複，在《算數書》的 69 個標題中，有 2 條“羽矢”，2 條“粟求米”，2 條“少廣”。

（2）預備知識重複，如“相乘”與“乘”二條中分數乘法算表有部分重複；粟米互換的“程禾”、“稗穀”、“粟爲米”、“粟求米”中重複很多，“粟求米”完全涵蓋了“稗穀”條的內容。

（3）術文重複。

首先是不同的條目中有同樣的術文。比如乘分術，《算數書》有兩條，分別在“相乘”條中與“分乘”條中，它們是：

乘分之術曰：母乘母爲法，子相乘爲實。（“相乘”條）

分乘分術皆曰：母相乘爲法，子相乘爲實。（“分乘”條）

兩者基本相同，其區別僅在前者術文中少一“相”字，後者術名中多一“分”字。這類情況不只一處。

其次是一條內有重複的術文，比如“約分”條中“約分術”與“其一術”程序相同而文字稍異；又如“合分”條有 4 條抽象性術文，“母相類，子相從”重複了 2 次，而“母不相類”時有 2 種處理方法，各重複了 1 次；還有別的重複。

2 · 《算數書》有的內容矛盾，不能自洽。我們比較“程禾”與“粟爲米”二條：

程禾 程曰：禾黍一石爲粟十六斗泰半斗，春之爲糲米一石，糲米一石爲糲米九斗，糲米九斗爲穀米八斗。 程曰：稻禾一石爲粟廿斗，春之爲米十斗，爲穀、粲米六斗泰半斗。麥十斗爲 di 三斗。 程曰：麥、菽、荅、麻十五斗爲一石，稟穀、糲者，以十斗爲一石。

粟爲米 麻、麥、菽、荅三而當米二；九而當粟十。粟五爲米三；米十爲稗九，爲穀八。麥三而當稻粟四，禾粟五爲稻粟四。

其中“程禾”條前 2 段“程曰”與“粟爲米”條給出的粟米互換比率中，可資比較的粟、米（糲米）、稗、穧米、穀 5 種化成整數分別是：

粟米	粟	米	稗	穧米	穀
“程禾”1	50	30		27	24
“程禾”2	60	30			20
“粟爲米”	50	30	27		24

顯然“程禾”與“粟爲米”的比率矛盾：“程禾”條第一段的粟、米、穀的比率與“粟爲米”條相同，然而，爲率 27 者，在“程禾”條中爲穧米，在“粟爲米”條中爲稗；“程禾”條第二段與“粟爲米”條差別更大，若米同爲 30，前者粟爲 60，後者爲 50；前者穀爲 20，後者爲 24。

甚至“程禾”同一條中亦不能自洽：若米同爲 30，粟在第 1 段中爲 50，而第二段中爲 60；穀米在第一段中爲 24，而第 2 段中爲 20，顯然矛盾。

由《筭數書》的這兩個特點，我們自然得出這樣一個結論：《筭數書》是從不同的書中摘錄而成的，而且未加以系統梳理、歸納。因爲，一部著作由於作者疏忽或水平限制，出現個別重複或無法自洽的地方，有時是難免的。但是，像《筭數書》這麼多重複與不能自洽，甚至一條內出現多次重複與不能自洽的地方，絕不是“疏忽”或作者水平限制所能解釋得了的。

我們的這個結論還可以從《筭數書》的數學問題的提出方式，答案的表示，術與問題的關係及其表述方式，分數的表示，以及法、實和除法的表示方式多種多樣，沒有統一的格式⁹得到佐證。

（二）關於《九章筭術》的編纂

首先談到《九章筭術》編纂的是劉徽，他於魏景元四年（西元 263 年）注《九章筭術》，其序云：

周公制禮而有九數，九數之流，則《九章》是矣。往者暴秦焚書，經術散壞。自時厥後，漢北平侯張蒼、大司農中丞耿壽昌皆以善算命世。蒼等因舊文之遺殘，各稱刪補。故校其目則與古或異，而所論者多近語也。¹⁰就是說，劉徽認爲，先秦存在著一部以“九數”爲主體的某種形態的《九章筭術》，秦始皇焚書時遭到破壞，經過西漢張蒼（？——152）、耿壽昌（西元前 1 世紀）等收集、刪補而成爲後來流傳的《九章筭術》。

自清戴震否認張蒼參與《九章筭術》的編纂的事實，否定劉徽的論述¹¹以來，對這個問題 200 餘年間聚訟不已。錢寶琮認爲《九章筭術》成書於西元一世紀下半葉¹²，李迪認爲《九章筭術》是劉徽最後定稿的¹³。筆者通過對“九數”和先秦

⁹ 郭書春：試論《算數書》的表達方式。《中國歷史文物》，2003 年第 3 期，第 28—38 頁。

¹⁰ 匯校《九章筭術》增補版，郭書春匯校。第 1 頁。遼寧教育出版社，臺灣九章出版社。

本文凡引《九章筭術》及其劉徽注的文字，均依此。

¹¹ 【清】戴震：《九章算術》提要。聚珍版、《四庫全書》本《九章算術》。匯校《九章算術》增補版附錄，第 870—871 頁。

¹² 錢寶琮主編，《中國數學史》。北京：科學出版社，1964 年。第 32—33 頁；又，《李儀錢寶琮科學史全集》，第 5 卷。瀋陽：遼寧教育出版社，1998 年。第 35—37 頁。

¹³ 李迪，《中國數學通史·上古到五代卷》。南京：江蘇教育出版社，1997 年。第 94 頁。

典籍中數學內容的考察，特別是對《九章算術》的體例與結構的分析，認為劉徽的論述是完全正確的。《九章算術》的主體部分是先秦完成的。¹⁴日本堀毅分析、比較了先秦、秦、漢與《九章算術》的物價，得出“以為《九章算術》裏的物價即漢代物價是頗勉強的”，“《九章算術》基本上反映出戰國、秦時的物價”的結論。¹⁵堀毅的分析，為劉徽的說法提供了佐證。¹⁶此外，劉徽的《九章算術注》處處體現了實事求是的精神，他的高尚的人品和嚴謹的學風使我們深信，對關於《九章算術》的編纂這類嚴肅的問題，他必定是言之有據的。總之，筆者認為，在《九章算術》的編纂問題上，相信劉徽的話就夠了，實在不必另做文章。

學術界不管是文物界還是數學史界，對《算數書》的絕大多數算題和主要成就是在秦或先秦完成的是沒有疑義的。而按照劉徽的看法，《九章算術》的主體是在先秦完成的。但是，書簡有缺，我們無法判斷《九章算術》在先秦的形態與《算數書》孰前孰後，因此根據目前的資料，《算數書》與《九章算術》，談不到哪個是哪個“之源”或“前身”的問題。如果按成書年代，更談不到《算數書》是《九章算術》之源。因為，《算數書》最晚是西元前 186 年，時張蒼已經 70 歲左右，他整理《九章算術》應該早近 20 年。

《算數書》與《九章算術》之同異

《算數書》是《九章算術》之源或其前身之說的另一個論據就是兩者有許多相同的內容。但是，判斷兩種事物一個是另一個“之源”或其“前身”，只說兩者有某些相同的內容是不夠的，起碼還必須考察它們的不同，尤其是題目的不同，並且考察其同異所占的分量。這是一個常識問題。我們來分析兩者之同異。

1 · 《算數書》的標題與《九章算術》的術名相同者。

《算數書》的標題與《九章算術》的術名相同者有“約分”、“合分”、“徑分”、“方田”、“少廣”、“大廣”、“里田”等 7 條。其中“方田”、“少廣”還是《九章算術》的章名。我們分別進行比較。

(1) 約分 《算數書》的約分條¹⁷是：

約分 約分術曰：以子除母，母亦除子，子、母數交等者，即約之矣。有曰：約分術曰：可半，半之。可令若干一、若干一。其一術曰：以分子除母，少，以母除子，子、母等，以為法。子、母各如法而成一。不足除者可半，半母亦半子。二千一十六分之百六十二，約之，百一十二分之九。

《九章算術》的約分術是：

今有十八分之十二。問：約之得幾何？

¹⁴ 郭書春：古代世界數學泰斗劉徽。山東科學技術出版社，1992 年。第 87—105 頁；又，繁體字修訂本，臺北明文書局，1995 年。第 85—103 頁。

¹⁵ 【日】堀毅，《秦漢物價考》。見：《秦漢法制史論考》。北京：法律出版社，1988 年。第 281，296 頁。

¹⁶ 郭書春，《九章算術導言》。見：郭書春譯注，《九章算術》。瀋陽：遼寧教育出版社，1998 年。第 12—18 頁。

¹⁷ 郭書春：《算數書》校勘。《中國科技史料》第 22 卷（2001 年）第 3 期，第 202—219 頁。本文所引《算數書》原文，除特別說明外，均引自此文。

荅曰：三分之二。

又有九十一分之四十九。問：約之得幾何？

荅曰：十三分之七。

約分術曰：可半者半之；不可半者，副置分母、子之數，以少減多，更相減損，求其等也。以等數約之。

《筭數書》有兩條抽象性術文，其程式完全一致，亦與《九章筭術》的“約分術”一致，只是三者的表述文字略有差別。《筭數書》只有 1 道例題，《九章筭術》有 2 道，例題完全不同。前者的數字較大，題設的分母是 4 位數，答案的分母是 3 位數。而後者題設的數字沒有超過 2 位數。

(2) 合分 《筭數書》的合分條是：

合分 合分術曰：母相類，子相從；母不相類，可倍、倍，可三、三，可四、四，可五、五，可六、六，七亦輒。倍、倍，及三、四、五之如母。母相類者，子相從。其不相類者，母相乘爲法，子互乘母并以爲實，如法成一。今有五分二、六分三、十分八、十二分七、三分二，爲幾何？曰：二錢六十分錢五十七。其術如右方。有曰：母乘母爲法，子羨乘母爲實，實如法而一。其一曰：可十、十，可九、九，可八、八，可七、七，可六、六，可五、五，可四、四，可三、三，可倍、倍，母相類止。母相類，子相從。

《九章筭術》的合分術是：

今有三分之一，五分之二。問：合之得幾何？

荅曰：十五分之十一。

又有三分之二，七分之四，九分之五。問：合之得幾何？

荅曰：得一、六十三分之五十。

又有二分之一，三分之二，四分之三，五分之四。問：合之得幾何？

荅曰：得二、六十分之四十三。

合分術曰：母互乘子，并以爲實。母相乘爲法。實如法而一。不滿法者，以法命之。其母同者，直相從之。

《筭數書》有四段抽象性術文，都是首先區分相加的各個分數是不是同分母。如果是同分母，則將諸分子相加。如果不是同分母，則有兩種方法處理。第一、四段術文是第一種方法，類似於少廣術。第二、三段術文是第二種方法，與《九章筭術》的方法相同。兩者的例題根本不同。《筭數書》只有 1 道，是 5 個分數相加；《九章筭術》有 3 道，分別是 2，3，4 個分數相加。

(3) 經分 “經分”在《筭數書》中稱爲“徑分”。其徑分條是：

徑分 經分以一人命其實，故名。五人分三有半、少半，各受卅分之廿三。其術曰：下有少半，以一爲六，以半爲三，以少半爲二，并之，爲廿三。即值人數，因而六之，以命其實。五人分七錢少半、半錢。人得一錢卅分錢十七。術曰：下三分，以一爲六，即因而六人以爲法，亦六錢以爲實。有曰，術曰：下有半，因而倍之；下有三分，因而三之；下有四分，因而四之。

《九章筭術》經分術是：

今有七人，分八錢三分錢之一。問：人得幾何？

答曰：人得一錢二十一分錢之四。

又有三人三分人之一，分六錢三分錢之一、四分錢之三。問：人得幾何？

答曰：人得二錢八分錢之一。

經分術曰：以人數爲法，錢數爲實，實如法而一。有分者通之；重有分者同而通之。

兩者都是抽象性術文，但《筭數書》的術文的通分方法類似於少廣術。其例題完全不同。《筭數書》有 2 道例題，都是整數除幾個分數之和，每道例題各有具體的術文。《九章筭術》也有 2 道例題，一道是整數除分數，一道是分數除分數。

(4) 方田 《筭數書》的“方田”條是：

方田 田一畝，方幾何步？曰：方十五步卅一分步十五。術曰：方十五步不足十五步，方十六步有餘十六步。曰：并贏、不足以爲法。不足子乘贏母，贏子乘不足母，并以爲實。復之，如啓廣之術。

《九章筭術》的方田術及其例題是：

今有田廣十五步，從十六步。問：爲田幾何？

答曰：一畝。

又有田廣十二步，從十四步。問：爲田幾何？

答曰：一百六十八步。

方田術曰：廣從步數相乘得積步。以畝法二百四十步除之，即畝數。百畝爲一頃。

《九章筭術》的方田術是中國傳統數學中通常的方田面積問題，而《筭數書》則不是，而是用贏不足術求面積爲 1 畝的方田的邊長。兩者是根本不同的。

(5) 少廣 《筭數書》的“少廣”內容有兩條，一條是少廣術，一條是例題。其少廣術的文字比《九章筭術》古樸，而程式基本相同。其例題與《九章筭術》

一樣，都是求廣爲 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ ，而其面積爲 1 畝的田地的長。只是只有 8 道例題，比《九章筭術》少 $n = 10, 11, 12$ 三道例題。在 $n = 6$ 的例題中，《筭數書》以 1 為 60，使用了 2, 3, 4, 5, 6 的最小公倍數 60，但是《九章筭術》以 1 為 120，不是 2, 3, 4, 5, 6 的最小公倍數。

(6) 大廣 《筭數書》的大廣條是：

大廣 廣十二步卅九分步之七，從十三步七分步之四，問爲田幾何？曰：爲百六十四步有三百卅三分步之二百七十三。大廣術曰：直廣從，而各以其分母乘其上全步，令分子從之，令相乘也爲實。有各令分母相乘爲法。如法得一步。不盈步，以法命之。

《九章筭術》大廣田術是：

今有田廣三步三分步之一，從五步五分步之二。問：爲田幾何？

荅曰：十八步。

又有田廣七步四分步之三，從十五步九分步之五。問：爲田幾何？

荅曰：一百二十步九分步之五。

又有田廣十八步七分步之五，從二十三步十一分步之六。問：爲田幾何？

荅曰：一畝二百步十一分步之七。

大廣田術曰：分母各乘其全，分子從之，相乘爲實。分母相乘爲法。

實如法而一。

兩者的方法基本一致，只是《筭數書》的術文有不滿步，以法命分的文字。《九章筭術》則省去。《筭數書》只有 1 道例題，《九章筭術》有 3 道，全然不同。

(7) 里田 《筭數書》的里田條是：

里田 里田術曰：里乘里，里也，廣、從各一里。即直一，因而三之，有三五之，即爲田三頃七十五畝。其廣從不等者，先以里相乘，已，乃因而三之，有三五之，乃成。今有廣二百廿里，從三百五十里，爲田廿八萬八千七百五十頃。直提封以此爲之。一曰：里而乘里，里也。壹，三而三五之，即頃畝數也。有曰：里乘里，里也。因而五之，以里之下即予廿五，因而三之，亦其頃畝數也。曰：廣一里、從一里，爲田三頃七十五畝。《九章筭術》的里田術是：

今有田廣一里，從一里。問：爲田幾何？

荅曰：三頃七十五畝。

又有田廣二里，從三里。問：爲田幾何？

荅曰：二十二頃五十畝。

里田術曰：廣從里數相乘得積里。以三百七十五乘之，即畝數。

兩者的術文基本一致。兩者都有廣、從各 1 里的例題，主要似是爲了說明“里法”。另外一個例題則不相同。《筭數書》是廣、從長達二、三百里一個題目，是《九章筭術》所沒有的。《筭數書》說“直提封以此爲之”。“封”是古代地積單位。

總之，以上 7 條中，問題類型完全不同的 1 條，術文不同者 1 條，基本相同者 5 條，而例題除了少廣條外則完全不同。

2 · 《筭數書》的條名與《九章筭術》的術名不同而方法類似者

《筭數書》中有些方法與《九章筭術》類似，但是沒有後者的術名。

(1) 減分術與課分術 減分術與課分術是《九章筭術》的兩條術。它們是：

今有九分之八，減其五分之一。問：餘幾何？

荅曰：四十五分之三十一。

又有四分之三，減其三分之一。問：餘幾何？

荅曰：十二分之五。

減分術曰：母互乘子，以少減多，餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。

今有八分之五，二十五分之十六。問：孰多？多幾何？

荅曰：二十五分之十六多，多二百分之三。

又有九分之八，七分之六。問：孰多？多幾何？

荅曰：九分之八多，多六十三分之二。

又有二十一分之八，五十分之十七。問：孰多？多幾何？

荅曰：二十一分之八多，多一千五十分之四十三。

課分術曰：母互乘子，以少減多，餘爲實。母相乘爲法。實如法而一，即相多也。

《筭數書》沒有減分術和課分術，卻在出金條使用了這兩種方法：

出金 有金三朱九分朱五。今欲出其七分朱六，問餘金幾何？曰：餘金二朱六十三分朱四十四。其術曰：母相乘也爲法，子互乘母，各自爲實，以出除焉，餘即餘也。以九分朱乘三朱，與小五相并。今有金七分朱之三，益之幾何而爲九分七？曰：益之六十三分朱廿二。術曰：母相乘爲法，子互乘母，各自爲實。以少除多，餘即益也。

這裏的 2 道題目，各有 1 條術文，前者實際上使用了減分術，後者與課分術接近。其題目與《九章算術》全然不同。

(2) 衰分術 《九章筭術》提出了衰分術及其若干例題：

衰分術曰：各置列衰；副并爲法，以所分乘未并者各自爲實。實如法而一。不滿法者，以法命之。

後隨 7 道例題及其術。其中女織問與《筭數書》的女織條是同一個題目。《筭數書》的女織條是：

女織 鄰里有女惡自善也織，曰自再，五日織五尺。問始織日及其次各幾何？曰：始織一寸六十二分寸卅八，次三寸六十二分寸十四，次六寸六十二分寸廿八，次尺二寸六十二分寸五十六，次二尺五寸六十二分寸五十。術曰：直二、直四、直八、直十六、直三十二，並，以爲法。以五尺偏乘之，各自爲實。實如法得尺。不盈尺者，十之，如一寸。不盈寸者，以法命分。

這是典型的衰分法。《孫子筭經》卷中也有同一個題目。它們的解法都相同，只是《九章筭術》、《孫子筭經》都將分數約簡成以 31 為分母的最簡分數，而《筭數書》沒有約簡。此外《筭數書》還有共買材、狐出關、狐皮、傳馬、yin 漆、米粟并、粟米并等衰分問題，以及并租、婦織等返衰問題。《筭數書》沒有規範、抽象的衰分術，而且除女織條外，其他條的題目也都與《九章筭術》完全不同。

(3) 今有術和異乘同除類問題

(i) 今有術 今有術是《九章筭術》解決粟米互換的方法，即今天所謂的“三率法”。在今有術的前面給出了“粟米之法”。《筭數書》的耗、粟求米、粟求米、米求粟等條也是粟米互換問題，實際上用今有術解決，但是未提出抽象的今有術。而程禾、稗穀、粟爲米等條給出了各種粟米的比率，但不如粟米之法全面。

(ii) 異乘同除 明初編纂《永樂大典》，人們將《九章筭術》卷三“衰分章”後半卷及其後數學著作中同類的內容編入“筭”字條的卷 16343，稱爲“異乘同

除”。¹⁸《筭數書》中有十幾個題目可以歸到這一類，不僅大部分題目的物件與《九章筭術》不同，即使是同一物件的同類題目也不同。比如《筭數書》和《九章筭術》都有“息錢”問題，前者的題目是：

息錢 貸錢百，息月三。今貸六十錢，月末盈十六日歸，計息幾何？得曰：廿五分錢廿四。術曰：計百錢一月積錢數，以爲法。直貸錢，以一月百錢息乘之，有以日數乘之爲實。實如法得一錢。

《九章筭術》的題目是：

今有貸人千錢，月息三十。今有貸人七百五十錢，九日歸之，問：息幾何？

答曰：六錢四分錢之三。

術曰：以月三十日乘千錢爲法；以三十日乘千錢爲法者，得三萬，是爲貸人錢三萬，一日息三十也。以息三十乘今所貸錢數，又以九日乘之，爲實。實如法得一錢

兩者的物件、方法都相同，但題目不同。

(4) 同工共作 “同工共作”是劉徽對《九章筭術》均輸章鳬雁類問題的概括，《筭數書》負炭、盧唐、羽矢等都是這類問題，但是沒有一個題目與《九章筭術》相同。

(5) 盈不足術 盈不足在《筭數書》中稱爲“贏不足”。除前面提到的方田條外，《筭數書》還有分錢、米出錢等 2 條，沒有《九章算術》那樣規範的盈不足術，題目亦全然不同。

(6) 體積 《筭數書》中的郿都、芻、旋粟、囷蓋、圜亭、井材等條，分別對應《九章筭術》的芻甍、芻童、圜錐（與旋粟和囷蓋對應）、圜亭、圜柱等立體，其體積公式也相同，都是正確的，但是題目不同。

總之，上述 6 個方面，在數學方法上，《筭數書》或與《九章筭術》基本一致，或等價，都是正確的，然而除了“女織”條之外，其他題目都與《九章筭術》不同。

3·《筭數書》與《九章筭術》完全不同的內容

《筭數書》的某些內容，包括題目和解法，如相乘、乘、增減分、醫、行、以方材圜、以圜材方、除等條，在《九章筭術》中根本沒有。而《九章筭術》的面積問題、開方術、均輸問題、方程術、解勾股形和一次測望等方面的內容在能識別的竹簡中見不到。

結論

綜上所述，《筭數書》與《九章筭術》在數學方法上有許多相同之處，也有大量的不同，尤其是題目的不同。這說明，它們的共同的方法，是先秦數學界的共識，不能簡單地成爲判斷兩者關係的依據，而題目的同異成爲考察它們的關係

¹⁸ 《永樂大典》，卷 16343，演算法十四。見：郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》<數學卷>，第 1 冊。郑州：河南教育出版社，1993。页 1401~1413。

的主要指標。兩者相同的題目實在少得很：只有女織及少廣的 8 個題目，共 9 個。它在《算數書》中所占比例相當小，不足十分之一。顯然，由這不到十分之一得內容得出《算數書》是《九章算術》之源，是《九章算術》的前身的看法，是十分荒唐的。只能說，它們的某些內容有血緣關係，或者是有承襲關係，或者是一個共同的來源。如果有承襲關係，誰承襲誰，目前尚無法判定。