

芳賀和夫的摺紙科學與藝術

洪萬生、黃俊瑋

書名：**Origamics: Mathematical Explorations through Paper folding**

作者：**Kazuo Haga**（芳賀和夫）

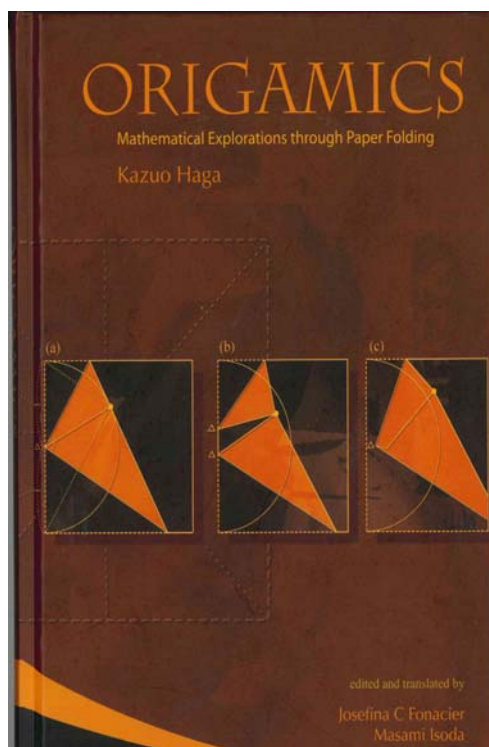
譯者：**Josefina C. Fonacier, Masami Isoda**（磯田正美）

出版社：**World Scientific Publishing Company, Pte. Ltd., Singapore**

出版年：**2008**

ISBN-13978-981-283-489-8

ISBN-10 981-283-489-3



芳賀和夫（筑坡大學教授）原是生物學家，他在記錄顯微鏡下的圖像時，發現摺紙十分方便而有用，遂結合日本傳統的摺紙藝道，而發展出這一套他所謂的摺紙科學（**origamics**）。在本書中，作者所提及的芳賀定理（共有三個）是日本摺紙界為了推崇他的貢獻而命名，但也足以見證摺紙在芳賀和夫手上，從遊戲演發展成為一門科學的歷程。

本書共有十章，目錄如下：

- 1 跨入摺紙之門
- 2 新摺引出新定理
- 3 延拓芳賀定理到白銀比矩形
- 4 X-線的驚奇
- 5 「內正方」與「外正方」
- 6 從六邊形引出的花瓣模式？
- 7 七邊形（區域）存在嗎？
- 8 十一星形的奇幻之旅
- 9 往何處走與誰相遇
- 10 長方形紙張的靈感

茲將各章內容簡介如下。第 1 章〈跨入摺紙之門〉之中，作者首先介紹兩種最基本的摺法，並引出關於摺紙的簡單問題，接著透過第三種摺法，以及芳賀第一定理（將一張正方形紙的右下角摺合至上稜線中點），不僅能摺出邊長比為 3 : 4 : 5 的畢達哥拉斯三角形，並同時完成三等分線段，以及 3 : 5、7 : 1、1 : 5 分割線段的效果。最後，作者進一步推廣，探討疊合右下角至上稜線上的任意點所形成的種種比例關係。

第 2 章主題是討論新的摺法所引出來的新定理。作者首先利用芳賀第二定理（另一種新摺法）來三等分線段，進一步完成五等分線段的效果。此時，適當地利用右頂點，可進一步獲致其它簡單的分割比例。接著，再以芳賀第三定理，同樣達到三等分線段的效果，並創造出另一些簡單比例。

在第 3 章中，作者進一步延拓芳賀定理到白銀比矩形。作者推廣前述芳賀第一定理於邊長比為 $1 : \sqrt{2}$ 的直式長方形紙（其特色為對摺後保持同樣比例）。這時，可以將線段分割成 7 : 9、11 : 5、2 : 5 以及 5 : 9 之比。類似地，利用芳賀第二定理，我們可以將線段分割成 1 : 8、2 : 7、1 : 3 以及 2 : 7 之比。最後，作者也討論了邊長比為 $1 : \sqrt{2}$ 的橫式長方形紙，以及利用芳賀第三定理所得到的相關結果。

第 4 章主題為充滿驚奇的 X-線。如將左右下角摺疊至正方形上稜線上的任意定點 P，X-形線所形成的交點，會落在中垂線上。同時，此點會在中心點的下方某個區域之中。奇妙的是：無論 P 點如何取，X-形線交點與 P 點保持等距。更進一步地，X-形線與正方形邊上交點所交成的線段長為定值。其它的驚奇等著讀者自行探索。

第 5 章操作的紙張為正方形色紙。當我們拿起正方形的色紙，任意地摺一次，此時，色紙的背面會形成一個多邊形。接著，以其中一個頂點為主角，摺至內部的點 P ，若此時形成 n 邊形，則在 P 點標上 n 。如此，當我們將整張色紙坐標化，標出每一個點所代表的數字，我們會發現，不同數字所形成的區域會形成一個美麗的形狀。摺至外部的點亦同。

如何從六邊形摺出花瓣模式？這是第 6 章的主題。作者以兩種摺法，將正方形紙片的四個頂點摺疊至內部的定點 P ，隨著所選 P 點的位置，將會形成不同的多邊形（四邊形、五邊形或六邊形等）。接著，進一步討論 P 點的位置與多邊形的關係，而可摺成六邊形的點，其分佈恰好形成一種花瓣模式呢！

第 7 章延續上一章所討論的問題。使用 $1:\sqrt{2}$ 的長方形紙，討論可摺出不同多邊形的 P 點位置，我們發現存在兩個區域可以摺成七邊形。接著，再進一步使用 $1:2$ 與 $1:4$ 的長方形紙，以及菱形紙，同樣可發現摺成不同多邊形的 P 點區域會形成各式的美妙圖案。

第 8 章主題是十一星。在正方形紙片上，任意摺出一條母線，接著，將各邊與母線重合後展開，這些摺線所形成的交點，恰好會落在正方形的對稱軸上。若進一步延伸這些摺線，則在正方形內部與外部會交織成十一顆美麗的星星（十一個交點）。

第 9 章主要介紹與摺紙有關的遊戲。四個頂點分別代表主人與三個客人，隨意地將代表主人的頂點 H 往內摺，若干個客人將可與 H 摺合（相遇），共可分成 8 種相遇情況。進而區分滿足這 8 種情況時， H 所在區域，而這些區域形成交織的美麗圖案。最後，再作其它推廣。

第 10 章討論與長方形有關的摺紙，是本書份量最重的一章。作者首先討論如何將一個 $1:\sqrt{2}$ 長方形的邊 3 等分、5 等分、7 等分、9 等分、11 等分、13 等分、15 等分以及 17 等分的方法。最後，利用相似三角形，再將邊長奇數等分。

除了上述這些摺紙的實作之外，本書還納入一些相關數學知識的論述，這對於有意在中學數學課堂中，融入摺紙數學的教師而言，實在是不可多得的參考材料。對中學生而言，摺紙無非是一種幼童遊戲，在正式課堂中學習，總覺得不倫不類。現在有了本書，摺紙作為一種數學知識活動，其內容可以連結到中學幾何學相關單元，已經可以滿足中學生乃至一般人學習或求知的需求。事實上，本書是我們在《摺摺稱奇》一書之後打算力推的一本摺紙數學，希望我們可以從這位

摺紙祖師爺身上，學到更多的摺紙科學與藝術。

本書原著者原著有日文版摺紙書籍，本英文版是由菲律賓教育學家 **Josefina C. Fonacier** 與日本數學教育家磯田正美合譯。後者與我們台灣數學教育界甚熟，公元 2000 年我們主辦 **HPM 2000 Taipei** 時，他首度應邀來訪，擔任我們的大會演講嘉賓。此書之中譯構想，也得到他的支持與鼓勵。謹此為記。