

HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億
 助理編輯：李建勳、陳春廷（台灣師大數學所）
 編輯小組：蘇意雯（成功高中）蘇俊鴻、趙國亨（北一女中）
 黃清揚（北縣福和國中）葉吉海（新竹高中）
 陳彥宏（成功高中）陳啓文（中山女高）
 王文珮（桃縣青溪國中）黃哲男（台南女中）
 英家銘（台師大數學系）謝佳叡（台師大數學系）
 蔡寶桂（新竹縣網路資源中心）傅聖國（北市萬福國小）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

第九卷 第一期 目錄（2006年元月）

- 記 Karen Parshall 教授來訪
- 《此零非彼〇：數學、文化、歷史與教育》文集代序：數學知識活動的多元面向
- 漫談《算數書》(二)：墓道風情
- 評論 Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary 一書
- 『碩士論文』摘要：
從 HPM 觀點看九年一貫國中數學幾何教材

記 Karen Parshall 教授來訪

台師大數學系 洪萬生教授

2005年12月12日，Karen Parshall 教授藉偕夫婿 Brian Parshall 來台參加『台美數學年會』之便，順道來訪，並以“The Mathematical Legacy of James Joseph Sylvester (1814-1897)”為題，在本系發表演講。她的演講摘要如下：

This talk will explore the main mathematical contributions of the nineteenth-century, British mathematician, James Joseph Sylvester. In particular, it will place his work in invariant theory, the theory of forms, number theory, combinatorics, and matrix theory in the context of his life and of mathematics during the Victorian era.

按 Karen Parshall 教授是十九、二十世紀美國數學史權威，今年，她即將出版 J. J. Sylvester 的一本傳記，可以算是國際數學史界中，近年來少見的數學家傳記之書寫，我們非常期待。

演講後的茶會，難得有幾位研究生對於 Karen 的生涯頗有興趣。Karen 也特別提到她在十年級（高二）時，曾做過一個有關 E. T Bell 的 *Men of Mathematics*（中譯本《大數學家》，九章繁體字出版）的研讀報告，同時，她指出她的同事（Virginia 大學數學系的教授）年輕時也都閱讀過本書。可惜，這一部年紀已經滿七十歲的數學家傳記，現在讀起來，正如她比較隨性的評論，『幾乎每一句話都是錯的』，所以，我們在引述時千萬要小心才好。

Karen 目前任教於 Virginia 大學數學系，是數學系與歷史系的合聘教授，她的學生也包括了在職的中小學數學教師。目前，她還榮任國際數學史委員會主席（International commissioner on the history of mathematics）。我與她算是舊識，我們經常在國際學術研討會碰面。這幾年倒是比較沒有機會見面，沒想到她已經完成了有關 Sylvester 的研究。她此次來訪，係由李國偉與張谷銘接待。張谷銘博士出身於芝加哥大學，是年輕一代極有潛力的科學史家。在此，我要特別謝謝他在當天負責帶著 Karen 來訪。

《此零非彼○：數學、文化、歷史與教育》文集

代序：數學知識活動的多元面向

台師大數學系 洪萬生教授

本文集所收文章，最早的一篇可以追溯到 1994 年發表於《科學月刊》的〈數學史上三個公式積圓面〉。這一類文章的書寫，大致延續了筆者年少科普寫作的志業。不過，在 1996 年之後，由於承辦公元 2000 年的『數學千禧年：歷史、文化與教育國際研討會』(HPM 2000 Taipei)，所以，在相關的寫作方面，就呈現了更貼近數學教育的特色。其實，我在 1996 年所發表的〈數學史與代數學習〉與〈數學課程的文化衝擊〉(也見《科學月刊》)，就已經明顯地指向數學教育的實質問題了。

所謂 HPM，是 Relations between History and Pedagogy of Mathematics (數學史與數學教學之關連) 的縮寫，同時，它也代表一個以此為宗旨、且隸屬於國際數學教育委員會 (International Congress on Mathematics Instruction, ICMI) 的國際研究群。為了鼓勵本土學者與中小學教師在 HPM 2000 Taipei 的盛會中發聲，我特別從 1998 年 10 月起在國科會的贊助與支持下，創辦了《HPM 通訊》(每年發行 10 期，每月一期，但 2、3 月與 7、8 月各合刊成一期。網路版請見：<http://www.math.ntnu.edu.tw/~horng>)。為了『現身說法』，我經常在此一刊物上發表文章，譬如本文集所收的〈數學史與數學哲學〉、〈報導與真相：以『破圓周率神話』為例〉、〈魅力無窮的 355/113〉、〈數學、哲學與美學：從拉斐爾的《雅典學院》談起〉、〈數學史與數學的教與學〉、〈圖說一體·不證自明〉、〈中算史中的『張本例』(generic examples)〉、〈勾股定理的『非常』遐想〉、〈數學與人文社會的對話：一個 HPM 的進路〉、〈為教師而寫的溫柔數學史篇〉，以及〈HPM 的法國經驗：在教學中融入古代數學問題〉，就是其中部份成果。此外，我也應邀為改版為普及刊物的《科學發展》(國科會出版)，撰寫了〈以我身高為準〉與〈三國 π 裡袖乾坤〉兩篇科普文章。

在這段時間內，我仍然繼續為《科學月刊》撰稿，除了一些『書評』如〈十三世紀西歐的數學百科全書：斐波那契的《計算書》〉、〈優雅小品的伽利略〉，與〈抽象的世界：推薦《數學極短篇》〉，以及『大家談科學』如〈懷爾斯不是天才！〉、〈數學史如何呈現？〉、〈從挪威阿貝爾到法國賽爾：漫談阿貝爾獎〉等等比較『休閒』的文章之外，我還撰寫了畏友張之傑十分喜歡的〈此零非彼○〉。最後這一篇文章，主要參考中文辭典與數學史文獻，這一寫作策略或可點出：只要有合宜的問題意識，那麼，有趣的文章自然就可以順手拈來，從而數學科普題材當然就取之不盡了。為了珍惜與他在《科學月刊》共事的歲月，我特別選擇本篇題名，作為本文集之書名。

本文集也收納五篇比較擁有『學術』論述味道的文章，其中有數學史的深度書評，如〈數學家書寫歷史〉；有貼近(古典)文本的教學意義，如〈貼近《幾何原本》與 HPM 的啓示〉；也有應用西方邏輯的發展史來反思高中教材，如〈評《高中數學》第一冊第一章『邏輯概念』內容〉。這些文章都寫得有一點長篇大論，收編在這裡顯得不太平衡，不過，

我總覺得端幾塊『牛肉』上桌（！），恐怕還是證明數學史或 HPM 『有料』的不二法門，總之，希望讀者還啃得動就是了。另外還有兩篇，都是爲了祝賀蕭文強教授榮退，其中一篇〈從古今翻譯看數學文化交流〉，由黃毅英教授收入《蕭文強教授榮休文集》(2005)。另一篇〈在香港發現劉徽〉，則是根據我在香港大學的演講錄影實況改寫而成。2005 年 6 月 18 日，我應香港大學數學系與香港數學教育學會之邀，參加了『祝賀蕭文強教授榮休研討會』。我利用此一機緣，總結多年來有關數學史與 HPM 的一些研究心得，也藉以推崇蕭文強對香港與國際數學教育的貢獻。

以上，我簡略地交代本文集所收大部分文章的『出身背景』。現在，我想就本文集的文章分類做一點說明。整體來說，本文集的題旨是在探索『數學哲學』、『數學歷史』、『數學文化』與『數學教育』的相互關連。第一輯的文章，企圖在數學的演化（歷史面向）過程中，說明數學的認識論 (epistemology) 與方法論 (methodology) 之意義，及其與數學教育之相干性。譬如說吧，在〈建構主義 vs. 柏拉圖主義：親愛的老師你站在哪裡？〉一文中，我就一直想好好地澄清所謂『建構主義式的教學法』(constructivist teaching) 之理論與實際，只是多數人好像都陷入教改議題與焦慮之中，而無暇顧及爭端究竟如何引起。其實，數學史的研究，譬如 Morris Kline 的《數學：確定性的失落》一書，對於柏拉圖主義的意識型態之『鬆動』，老早已經提出令人折服的論點，只是很多人無從深入瞭解吧。

第二輯所納入的作品，主要是數學史再夾帶一點 HPM 面向的文章，其中有關『劉徽與 π 』以及『祖沖之與 355/113』這兩個主題，都是科普寫作的最愛。然而，如何說一個味道比較不一樣的故事，作家卻始終未曾認真考慮。有鑑於此，我希望能夠提供一些『另類的』版本，鄭重地提醒數學科普作家，『貼近文本』絕對是必備的門檻！有關這一點，我在〈數學史如何呈現？〉一文藉著科普著作之評論，指出『貼讀』古典文本如《幾何原本》之必要。

儘管如此，我覺得閱讀科普作品的心情還是可以『放 (fun) 輕鬆』！尤其，如果有機會品嚐大師或名家燉一鍋家常羹湯，分享他們所經營的知識活動之品味，那可真是難得的福氣啦。這是我挑選三篇書評，組成本文集第三輯的主要原因之一。

在第三輯的三篇文章中，首先，我誠摯地邀請讀者一起進入科學史家 James MacLachlan 所鋪陳的優雅小品之中，欣賞他如何爲青少年述說伽利略一生的美麗與哀愁。其次，葛登能如何變數學魔術，也是『娛樂數學』(recreational mathematics) 書寫的經典，值得我們效法。第三，高爾斯（1998 年費爾茲獎 (Fields Medal) 得主）嚴肅地面對科普寫作（《數學極短篇》），見證了數學大師的返璞歸真，以及數學知識的雅俗可以共賞。誠然，高爾斯在享受『卓越』之餘，並沒有忘掉滋養他的科普寫作，令人感動！

第四輯所收文章之主題，當然更加趨向 HPM，其中有論及教學與學習問題，也有論及教師素養的問題，我都盡可能就近取譬，結合教學現場的具體實例與文本證據，來說明 HPM 進路的價值與意義。其實，只要熟悉一些『歷史現場』（這是『貼近文本』的立即好處），那麼，教師在面對『教學現場』時，一定可以多一個觀照與借鏡才是。

第五輯文章內容大致針對數學文化而發。〈數學課程的文化衝擊〉一文顯然是呼應『批判理論』(critical theory) 的視角，也期待國內數學教育界重視『民族數學』(ethnomathematics) 之研究與實踐。順著此一思路，我在〈從古今翻譯看數學文化交流〉一文中，則企圖說明數學知識之傳播或交流，也始終被文化因素所左右。至於其他文章，則觸及偉大數學家之養成所必須的數學社群文化，譬如高爾斯如何解釋『證明費瑪最後定理』的『懷爾斯不是天才！』，還有首屆『阿貝爾獎』(Abel Prize) 得主塞爾 (Jean-Pierre Serre) 的成就意義。此外，數學家究竟如何書寫自己社群的歷史？我想 John Stillwell 提供了一個範例—《數學與它的歷史》(Mathematics and Its History)，值得我們大力推薦，這是我撰寫該文的主要動機之一。

總之，本文集的文章所訴求的主題，無非是數學知識活動的多元面向。這種觀看與探索數學的嶄新進路，早已是國際數學界、數學教育界的共識了，而這，主要歸功於數學史家過去四分之一世紀的整體貢獻。筆者身為專業的數學史家，在過去十幾年間，也不避鄙陋地挹注了這個全球化的學術浪潮。準此而論，我想本文集已經足以『自我證成』(self-justification) 了。不過，筆者個人的成長與發展，都受惠 / 得力於一個以培養中學數學教師為使命的校園—台灣師範大學，因此，我還是衷心盼望本書對讀者（尤其是數學教師）實質有益，從而我們或許可以共同經營一個溫馨的數學文化。謹代序。

《此零非彼○：數學、文化、歷史與教育》

第一輯

- 以我身高為準
- 數學史與數學哲學
- 報導與真相：以『破圓周率神話為例』
- 數學、哲學與美學：從拉斐爾的《雅典學院》談起
- 數學知識的實在與虛構：評 Morris Kline 的《數學：確定性的失落》
- 建構主義 vs. 柏拉圖主義：親愛的老師你站在哪裡？
- 評《高中數學》第一冊第一章『邏輯概念』內容

第二輯

- 三國 π 裡袖乾坤
- 魅力無窮的 355/113
- 數學史上三個公式積圓面

- 此零非彼○
- 十三世紀西歐的數學百科全書：斐波那契的《計算書》
- 歷久彌新的珠算
- 數學史如何呈現？

第三輯

- 優雅小品的伽利略
- 自然主義的即興書寫
- 抽象的世界：推薦《數學極短篇》

第四輯

- 數學史與數學的教與學
- 數學史與代數學習
- 圖說一體·不證自明
- 中算史中的『張本例』(generic examples)
- 勾股定理的『非常』遐想
- 數學與人文社會的對話：一個 HPM 的進路
- 為教師而寫的溫柔數學史篇
- HPM 的法國經驗：在教學中融入古代數學問題
- 貼近《幾何原本》與 HPM 的啓示：以『驢橋定理』證明為例
- 在香港發現劉徽

第五輯

- 數學課程的文化衝擊
- 從古今翻譯看數學文化交流
- 懷爾斯不是天才！
- 從挪威阿貝爾到法國塞爾：漫談阿貝爾獎
- 數學家書寫歷史：兼評 John Stillwell 的《數學與它的歷史》

漫談《筭數書》(二): 墓道風情

《HPM 通訊》編輯 林倉億

看到『墓道風情』這個副標題，《HPM 通訊》的忠實讀者一定會感到納悶：作者的腦筋是不是有問題？『漫談《筭數書》(一)』才『從『醫』開始』，『漫談《筭數書》(二)』就去看墓道，這未免也太不吉利了！

各位讀者千萬別這樣想！筆者挑墓道作為主題，純粹是因為《筭數書》內『除』題，與中國古算經之首—《九章算術》中的『羨除』，皆是以墓道體積作為計算對象的算題，而且，透過這兩者還可以看到自公元 2000 年以來，《筭數書》『除』一題的『演化』歷程。一『題』數得！既然是墓道體積的計算，那當然得看點墓道才是。不過，筆者要聲明，主角不是墓道，而是數學！

讓我們先看看《筭數書》『除』題在公元 2000 年時最早被公佈的樣子：

除 羨除其定方丈，高丈二尺，其除廣丈、袤三丈九尺，其一旁毋高，積三千三百六十尺。術曰：廣積卅尺除高，以其廣、袤乘之，即定。¹

上述的文字引自〈江陵張家山漢簡《筭數書》〉一文，²該文是最早將《筭數書》全文公諸於世的。之後，就有許多人對《筭數書》的文字進行校勘，最早公佈的校勘版本就刊載在《HPM 通訊》2000 年 11 月號的『《筭數書》特刊』中，筆者有幸與蘇意雯、蘇俊鴻、蘇惠玉、陳鳳珠、黃清揚及葉吉海六位（以下簡稱為『通訊團隊』(Tongxun Group)，這是道本周教授對我們的暱稱）一起完成該特刊。不過，當年『通訊團隊』並無法全然理解『除』題的題意與算法，所以，並未對它進行任何文字的校改。不過，『通訊團隊』對其形狀留下了一個重要的猜測（形狀見下頁圖一）：

題中所敘述的物題形狀可能是長、寬和高分別為 10、10 和 12 尺的立方體（案：應為長方體）和長、寬和高分別為 39、10 和 12 尺的塹堵組合而成，但算得結果

$10 \times 10 \times 12 + \frac{1}{2} \times 10 \times 39 \times 12 = 3540$ 與原文數據不合，並且有些原文仍無法解讀。³

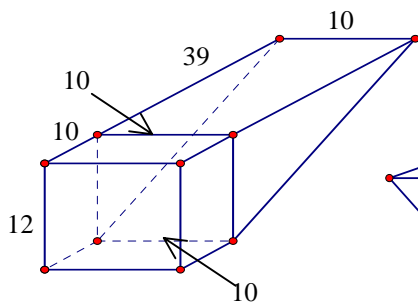
這個猜測在當時並未受到認同，因為後來幾位校勘《筭數書》的學者，皆以《九章算術》中的『羨除』來校改此題的文字。《九章算術》『羨除』一題引述、說明如下：

今有羨除，下廣六尺，上廣一丈，深三尺；末廣八尺，無深；袤七尺。問：積幾何？

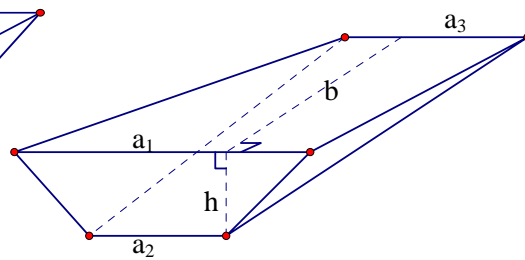
答曰：八十四尺

術曰：并三廣，以深乘之，又以袤乘之，六而一。⁴

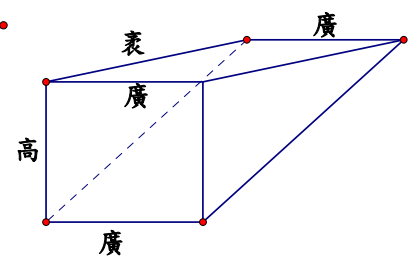
『羨除』就是通往地下的墓道。現存流傳下來的《九章算術》中（最早的版本是約公元 1213 年的南宋版），並沒有任何圖形，所以，後人只能根據其算法及文字，推測出原來的圖形，如下頁圖二。在圖二中， a_1 為上廣， a_2 為下廣， a_3 為末廣， b 為袤， h 為深（一般來說，『廣』常指東西向的邊（長），『袤』常指南北向的邊（長）），則體積為 $\frac{1}{6}(a_1 + a_2 + a_3) \times h \times b = \frac{1}{6}(10 + 6 + 8) \times 3 \times 7 = 84$ （立方尺）。看完《九章算術》的『羨除』後，就讓我們接著看看其他幾位學者，如何地利用它來校改《筭數書》中『除』題。



圖一
『通訊團隊』之猜測



圖二
《九章算術》之『羨除』



圖三
《九章算術》之『塹堵』

首先，是數學史家郭世榮的校勘。郭世榮作了幾處更動。其一是將『美除』校改為『羨除』，後來的人也都採用這種改法；其二是將術文校改為「廣積三十尺，以其高、袤乘之，六而一，即定。」如此才符合《九章算術》中『羨除』體積的計算公式；其三是依校改後的術文，將答案改為『積二千三百四十尺』。郭世榮還提到，若將原題中『袤三丈九尺』改為『袤五丈六尺』，則答案就不用更動了。⁵依其解讀，『羨除』的三個廣長皆為 10 尺，高為 12 尺，袤為 39 尺，所以體積就是 $\frac{1}{6}(10 + 10 + 10) \times 12 \times 39 = 2340$ （立方尺）。若依此說，那《筭數書》中『羨除』的形狀就會如同上圖之圖三，這形狀在《九章算術》中稱為『塹堵』（兩個全等的『塹堵』可合成一個長方體），其體積公式是：「廣袤相乘，以高乘之，二而一。」⁶

再看另外一位數學史家郭書春的校勘。『通訊團隊』在進行《筭數書》校勘前，適逢郭書春教授來台講學、訪問，所以，我們每個人都受益良多，對我們後來的校勘工作有很大的啟發。郭書春並不認同將『羨除』形狀校改成『塹堵』形狀的作法，因為《九章算術》中只有三廣不等及幾種兩廣相等的『羨除』，並沒有三廣皆等的情況，所以，他對《筭數書》『除』題作了如下的校勘：

除 羨除，其定二丈，高丈二尺，其除廣丈，袤三丈九尺，其一旁毋高。積三千一百

廿十尺。術曰：廣積四十尺，以除高、表乘之，六成一，即定。⁷

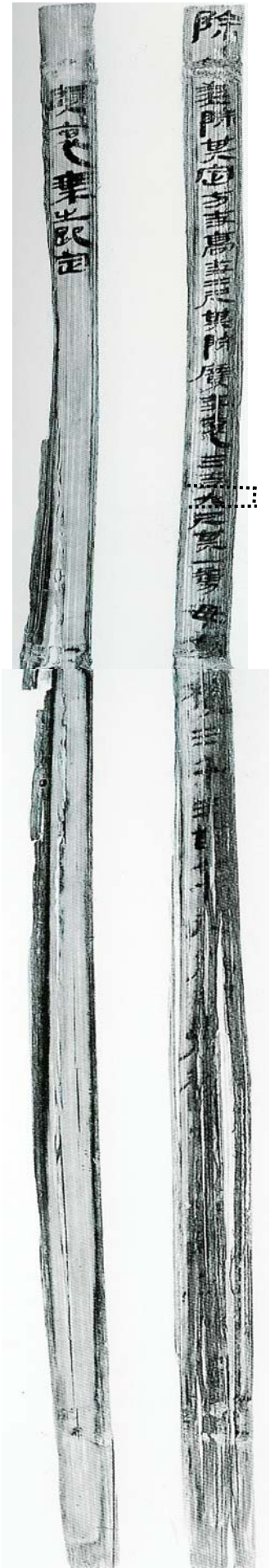
即他將『定』解讀為末廣，並改為 20 尺，『除廣丈』解讀為上廣及下廣皆為 10 尺，再依《九章》的『羨除』公式校改後面的術文，所以體積就是 $\frac{1}{6}(10+10+20) \times 12 \times 39 = 3120$ (立方尺)。

最後，則是考古學家彭浩的貢獻。彭浩不僅參與了《筭數書》所在漢墓『江陵張家山 247 號墓』的挖掘工作，也親手清理《筭數書》竹簡，因此，他能夠依據『原味』的《筭數書》來進行校勘，不像『通訊團隊』、郭世榮或郭書春，都只能憑藉〈江陵張家山漢簡《筭數書》〉一文。彭浩對『除』一題的完整校勘，首見於他 2001 年的著作《張家山漢簡《筭數書》註釋》，由於和郭世榮的解讀、校改方式相同，在此就略去不引述了。值得一提的，彭浩這本書首次提供了《筭數書》竹簡的整理號，也就是透過該書，就可以知道哪一根竹簡上究竟寫了哪幾個字。『除』這一題就是在整理號為 141 號及 142 號的兩根竹簡上，如下（標點符號為今人所加）：

- 141：除 美除，其定方丈，高丈二尺，其除廣丈、表三丈九尺，其一旁毋高，積三千三百六十尺。術曰：廣積卅尺除高，以其
- 142：廣、表乘之即定。

竹簡整理號對《筭數書》的校勘有很大的幫助，例如，筆者就曾利用《筭數書》竹簡的整理號發現了『少廣』一題竹簡順序的錯誤。⁸

以上就是在 2001 年以前，《筭數書》『除』一題的『演化』歷程。除了『通訊團隊』外，其餘皆是以《九章算術》的『羨除』來校改『除』一題的文字，看起來『通訊團隊』的猜測似乎已被打入冷宮。不過，於 2001 年底出版的《張家山漢墓竹簡[二四七號墓]》，為『除』一題的解讀，投下了變數。該書最主要的特色，在於提供了《筭數書》的『寫真集』，也就是每一根竹簡的照片（日本人稱照片為『写真』），這讓無緣親眼見到『原味』《筭數書》的人，也可以透過該『寫真集』看到原竹簡上的筆劃字跡。由日本學者大川俊隆等人所組成的『張家山漢簡『算數書』研究會』，就是根據『除』一題的『写真』（見右圖，虛線方框為筆者所加），以及現在已挖掘出土的秦墓墓道形狀，提出與郭世榮、郭書春、彭浩不同的看法，而此看法恰好印證了『通訊團隊』的猜測。在 2004 年於北京舉行的『《筭數書》與先秦數學國際學術研討會』中，大川俊隆等人提出他們的解讀，而獲得了與會學者的贊同。⁹因此，就讓我們看



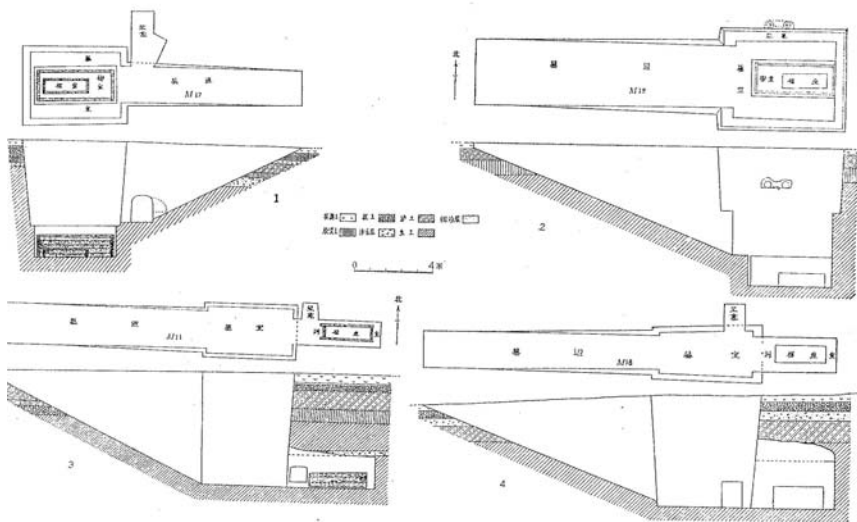
看他們是怎麼說的。

首先，『張家山漢簡『算數書』研究會』的成員根據右圖這張『写真』，認為虛線方框內略顯模糊的字，應是『六』而非『九』，所以，此字所在之句子就是『表三丈六尺』而非原先判讀的『表三丈九尺』。因此，『除』一題中他們認為的形狀，就如同『通訊團隊』所猜測的形狀（見上頁圖一），差別在於『表』是 36 尺，而非 39 尺。如此一來，此形狀的體積就是：

$$10 \times 10 \times 12 + \frac{1}{6}(10+10+10) \times 12 \times 36 = 1200 + 2160 = 3360 \text{ (立方尺)}$$

完全符合『除』一題中的答案『積三千三百六十尺』。

其次，為了尋找實物證據，他們查閱了許多已挖掘出土的秦代墳墓形狀，終於在臨潼上焦村的 M11 號秦墓中，找到了這種形狀，見下圖四中的左下圖。因此，他們確信《算數書》『除』題中的形狀，與《九章算術》的『羨除』並不相同，而是由一個『定』（長、寬、






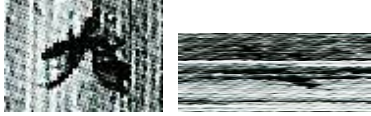
圖四

圖二 上焦村秦墓形制
1, M17 2, M12 3, M11 4, M18

高分別為 10 尺、10 尺、12 尺的長方體）及一個『除』（如圖三）所構成的。

《算數書》『除』題從最早公佈的樣貌，歷經『通訊團隊』、郭世榮、郭書春、彭浩至『張家山漢簡『算數書』研究會』的解釋，似乎已到了定案的階段。然而，只要讀者再回頭看看『除』一題的文字，就會發現仍有缺漏，以致於沒辦法根據所提供的術文求得正確之體積。換句話說，此題的校勘仍未完成。因此，各位讀者可以拿起筆想想看，如何將此題校改成完整的算題。容筆者作一點提醒，原簡文上並沒有標點符號，所以，如何斷句，亦看各位讀者的創意。

接下來，筆者會提供一個版本給讀者參考。不過，在此之前要先說明，筆者同意『表』應是 36 尺，但對原竹簡上的字是否真為『六』，就持保留的態度了。請見下表：

竹簡整理號	竹簡上的『六』或『九』	竹簡整理號	竹簡上的『六』或『九』
132		136	
138		141	

132 號竹簡上的兩個字皆為『九』，竹簡整理號 136、138 上的兩個字皆為『六』。相較之下，上頁右圖虛線方框內的字（即上表整理號 141 中的第一個字），應該還是比較像『九』吧！所以，筆者認為此題應該是這本《筭數書》在二千多年前編成時，抄寫者不慎將『表三丈六尺』抄寫成『表三丈九尺』。『六』、『九』二字如此形似，一不小心難免會筆誤，就如同抄寫者將『羨除』的『羨』誤抄成『美』一樣。至於術文缺漏的部分，極有可能就是這位抄寫者太迷糊，以至於在『廣積卅尺』後漏抄了『以高及表乘之六而一即』這 10 個字。所以，『除』一題的原貌應該就是（斷句之標點符號為筆者所加，加雙底線表示與原竹簡不同之處）：

除 羨除，其定方丈，高丈二尺；其除廣丈、表三丈六尺，其一旁毋高。積三千三百六十尺。術曰：廣積卅尺，以高及表乘之，六而一，即除；高以其廣、表乘之即定。

翻譯成白話文就是（形狀參見圖一）：「羨除，『定』的部分是底面邊長為 10 尺的正方形，高為 12 尺；『除』的部分是，三個廣長皆為 10 尺，表為 36 尺，一邊沒有高。體積是 3360 立方尺。求法是：將『除』的三個廣加起來得 30 尺，乘以高及表，然後除以 6，就得到『除』的體積；將『定』的高乘以廣及表（即底面正方形的長及寬），就得到『定』的體積。」

以上就是《筭數書》『除』一題自 2000 年『演化』至今的歷程。相信經上述的解釋後，各位讀者應該會有豁然開朗的感覺。其實，《筭數書》的校勘工作，就如同近日報紙上十分風行的『數獨遊戲』，謎底揭曉後或許就覺得沒什麼了不起，但在此之前，可是會讓人絞盡腦汁。此題若非有許多人的努力，特別是日本的學者，很可能我們至今還無法窺得其真正的面貌，那『通訊團隊』的猜測，當然也還是乏人問津了。最後，或許有讀者會認為應該在『高以其廣、表乘之即定。』之後補上將『定』及『除』體積加起來的文字。這也是合理的校勘方式之一，但不加也不會影響題意及答案。考量古人句子往往寫得十分簡要，而且校勘的一個重要原則是更動越少越好，所以，筆者就只作如此的修改。但，誰也不知道這題的抄寫者究竟迷糊到什麼地步！

注解：

1. 引自江陵張家山漢簡整理小組 (2000)，頁 82。
2. 《筭數書》之『筭』字在原篇名中寫作『算』，雖然兩字互通，但原竹簡上是『筭』而非『算』。爲求本文用法一致，筆者一概寫作《筭數書》
3. 引自蘇意雯等 (2000)，頁 16。
4. 引自郭書春 (2003)，頁 184。
5. 參閱郭世榮 (2001)，頁 283。
6. 引自郭書春 (2004)，頁 182。
7. 引自郭書春 (2001)，頁 214。
8. 參見拙作 (2002)。
9. 參見鄒大海 (2004)。

參考文獻：

- 大川俊隆、張替俊夫、田村誠 (2004).〈關於《筭數書》的四個算題〉，2004 年 8 月在北京「《筭數書》與先秦數學國際學術研討會」上報告。
- 林倉億 (2002).〈《筭數書》『少廣』一問的反思〉，《HPM通訊》第五卷第二、三期合刊：26-27。
- 林倉億、蘇俊鴻 (2005).〈《筭數書》各家校勘之比較與評析〉，2005 年 3 月在台北「第七屆科學史研討會」上報告。
- 洪萬生、林倉億 (2002).〈《筭數書》部分題名的再校勘〉，《HPM 通訊》第五卷第二、三期合刊。
- 秦俑考古隊 (1980).〈臨潼上焦村秦墓清理簡報〉，《文物》1980 年第 2 期：42-50。
- 郭書春 (2001).〈《筭數書》校勘〉，《中國科技史料》2001 年 3 期：202~219。
- 郭書春 (2003).〈《筭數書》初探〉，《國學研究》2003 年第 11 卷，頁 307~349。
- 郭書春 (2004).《匯校九章算術》第 2 版，瀋陽：遼寧出版社。
- 郭世榮 (2001).〈《筭數書》勘誤〉，《內蒙古師大學報（自然科學漢文版）》2001 年 3 期：276-285。
- 張家山漢墓竹簡整理小組 (2001).《張家山漢墓竹簡[二四七號墓]》，北京：文物出版社。
- 張替俊夫 (2004).〈[張家山漢簡『算數書』詁注稿\(4\)T](#)〉，《大阪産業大學論集 人文科學編》2004 年 2 月，頁 1—15。
- 彭浩 (2001).《張家山漢簡《筭數書》註釋》，北京：科學出版社。
- 鄒大海 (2004).〈《筭數書》與先秦數學國際學術研討會紀要〉，2004 年。
- 蘇意雯、蘇俊鴻、蘇惠玉等 (2000).〈《筭數書》校勘〉，《HPM 通訊》第三卷第十一期，2000 年。

評論 *Nine Chapters on the Mathematical Art:* *Companion and Commentary*

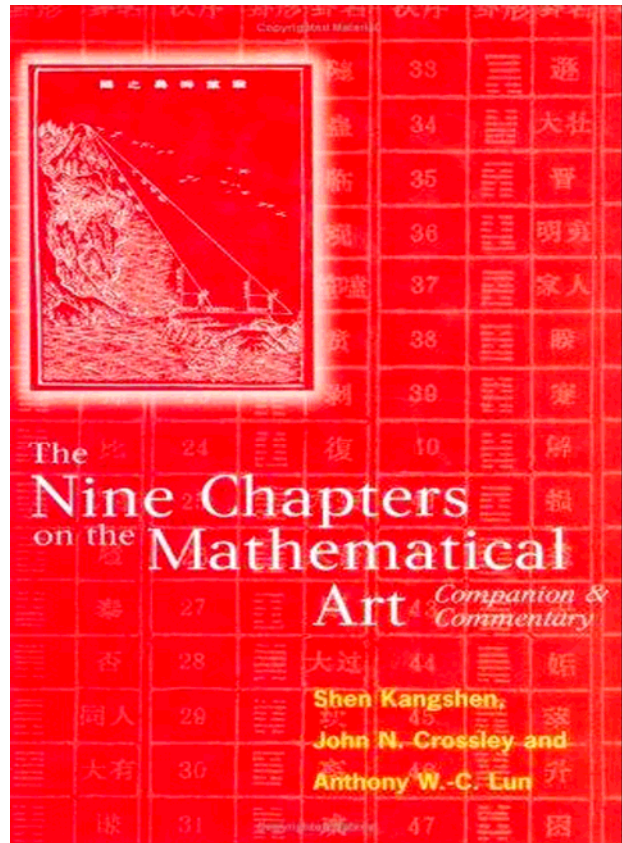
國立清華大學歷史所博士班 陳敏皓

壹、前言

本書 *Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 是首次將《九章算術》鉅細靡遺翻譯成英文，於1999年由北京的科學出版社與牛津大學出版社共同出版，頁數達596頁。中文架構主要執筆者為杭州浙江大學教授沈康身（1955—2002），¹沈教授早年師事錢寶琮

（1892-1974）教授，奠立良好的數學史基礎，眾所皆知錢寶琮教授於1964年便已經重新點校編輯《九章算術》，並由中華出版社印行出版。沈康身教授在書末也提及成書的緣由，是來自於吳文俊教授的提議。吳教授一直認為有必要在西方數學史界出版一本可信賴的《九章算術》，以利中西學界交流。這個催化劑在1983年11月第二屆中國科學與技術歷史會議中發揮作用，來自呼和浩特的

李迪教授與來自北京的李文林教授，以及科學出版社資深編輯張鴻林先生的聯合推薦下，建議由沈康身教授負責《九章算術》英文版的出版事宜，英文翻譯版初稿完成於1991年文稿長達943頁。為求更完美陳述與翻譯，沈教授於1992年與1994-5年間，與澳大利亞 Monash 大學教授郭樹理（John N. Crossly）、倫華祥（Anthony W.-C.）合作約六個月的時間。這兩位牛津學者學養俱備且學貫中西，值得一提的，是他們還有優異的古典文學基礎，此外，在從事翻譯《九章算術》工作之前，他們兩人已經將李儼與杜石然所著的《中國數學簡史》翻譯成英文版，書名為 *Chinese Mathematics: A Concise History*，在1987年時由牛津大學出版社出版。此書出版後便在歐洲、美國、澳大利亞獲得極高的學術評價，所以，這本 *Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary*，更是他們兩人站在過去翻譯中國數學史的基石上，往前更進一步地為西方學術界開拓新里程碑。



貳、《九章算術》的歷史淵源

《九章算術》是研究中國古代數學的一部重要經典，它匯集了秦漢時期數學家的智慧，成書於公元前一世紀，被公認為是中國最重要的數學經典，表現出當時中國數學領域的最高發展水平。全書以計算為中心，基本上採取算法統率應用問題的形式。直至三國時期（約公元263年）劉徽撰寫及詳釋《九章算術》，而成了流傳至今的版本。《九章算術》內容用問題形式編寫，共收錄了246道數學應用題，大多是有關人民的社會生活，包括生產、經濟、政治等方面。

內容簡介

章目	名稱	內 容
第一章	〈方田章〉 (Rectangular Fields)	各種形狀田畝面積的計算，共38題。
第二章	〈粟米章〉 (Millet and Rice)	各種穀物的比例交換問題，共46題。
第三章	〈衰分章〉 (Distribution by Proportion)	比例分配問題，共20題。
第四章	〈少廣章〉 (Short Width)	講述平方、開立方、開立圓問題，共24題。
第五章	〈商功章〉 (Construction Consultations)	講述土木工程及立體體積的數學問題，共28 題。
第六章	〈均輸章〉 (Fair Levies)	按人口、路程距離、物價等計算捐稅徭役問題，共28題。
第七章	〈盈不足章〉 (Excess and Deficit)	用“盈不足術”方法分解有關營商問題，共20題。
第八章	〈方程章〉 (Rectangular Arrays)	介紹線性方程組及行列式的解法，其中涉及正負數概念及計算，共18題。
第九章	〈勾股章〉 (Right-angled Triangles)	勾股定理應用題及二次方程的解法，共24題。

《九章算術》的出現，標誌著中國古代數學體系的正式確立，當中有以下的一些特點：
1. 是一個應用數學體系，全書表述為應用問題集的形式；2. 以算法為主要內容，全書以問、答、術構成，“術”是主要需闡述的內容；3. 以算籌為工具。《九章算術》取得了多方面

的數學成就，包括：分數運算、比例問題、雙設法、一些面積、體積計算、一次方程組解法、負數概念的引入及負數加減法則、開平方、開立方、一般二次方程解法等。《九章算術》的思想方法，對中國古代數學產生了巨大的影響，自隋唐之際，《九章算術》已傳入朝鮮、日本，現在更被譯成多種文字。劉徽除了為《九章算術》作評注外，他還在《九章算術》後面加上一些利用「勾股弦定理（畢氏定理）」及「相似原理」來處理測量問題，這個附錄最後成爲一個獨立的數學著作，名爲《海島算經》（*Sea Island Mathematical Manual*），這部簡短的數學著作延續《九章算術》的以問題集出發的系統模式，雖然只有9題問題，但是，每題皆有問、解、圖、注。現存本只有題目與算法，不能完全認識到劉徽的數學想法與功力。這本《海島算經》的書名因第一題而得名，題目爲「假設測量海島，立兩根表高均爲5步，前後相距1000步，令後表與前表在同一直線上，從前表退行123步，人目著地觀測到島峰，從後表退行127步，人目著地觀測到島峰，問島高多少？島與前表相距多遠？」

至於《九章算術》的版本流傳問題，在清代以前的史書雖略有記載，但是，此處礙於篇幅故不贅述，不過，在清代眾多學者對於《九章算術》的整理中，當以戴震（1723-1777）的影響最大，直到現代錢寶琮點校《算經十書》，²首先破除了對戴震的迷信，對戴震本的《九章算術》作出實事求是的評論：³

戴震校正的文字，顛撲不破的果然不少，但也有些地方，他師心自用，把原本不錯的文字改掉，後來的讀者很容易被他的蒙蔽而引起誤會。

在錢寶琮韋路藍縷地辛勤工作之後，爲《九章算術》開創新局，並使接續的中國數學史家宛如站在巨人的肩膀上往前眺望，新的譯注書籍如雨後春筍般地出現，諸如：郭書春的《九章算術譯注》、李繼閔的《九章算術校證》、沈康身的《九章算術導讀》等。此外，在臺灣師範大學數學系由洪萬生教授所領導的《HPM通訊》團隊，也有一些亮麗的成績，其結論分別刊於《HPM通訊》上，如蘇意雯校勘《九章術解》卷三5(12)、蘇惠玉校勘《九章術解》卷四5(12)、楊瓊茹校勘《九章術解》卷五6(1)、葉吉海校勘《九章術解》卷六6(1)、黃清揚校勘《九章術解》卷七6(2/3)、林倉億校勘《九章術解》卷八6(2/3)等，儘管此一文本乃是朝鮮十九世紀是學家南秉吉所作。所以，《九章算術》的英文版 *Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 出現後，筆者可以預料的事，西方數學史學術圈乃至於科學史界，將再興起一次「中國熱」的風潮。

參、*Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary*

在西方漢學界的重要性：

爲什麼要翻譯《九章算術》成英文版？一直是一個數學史學術圈關注的重要話題，這是因爲《九章算術》在中國數學史的重要性，常與歐幾里得（Euclid）所著的《幾何原本》（*Elements*）相提並論，但是，《幾何原本》譯成中文卻早在明萬曆三十四年（西元1606年）的秋天，約比《九章算術》（西元1999年）翻譯成英文的時間早400年，爲中國人揭開《幾何原本》的神秘面紗是利瑪竇（Matteo Ricci, 1552-1610）與徐光啓（1562-1633）。利瑪竇

與徐光啓根據德國數學家克拉維斯 (Christophor Clavius, 1538-1612) 所注釋的拉丁文本《幾何原本》十五卷 (*Euclidis elementorum libri XV*, 1574),⁴於1607年春天完成前六卷。徐光啓在成書的序言中曾說:「此書有四不必: 不必疑、不必揣、不必試、不必改。有四不可得: 欲脫之不可得、欲駁之不可得、欲減之不可得、欲前後更置之不可得。有三至三能: 似至晦實至明, 故能以其明明他物之至晦; 似至繁實至簡, 故能以其簡簡他物之至難; 似至難實至易, 故能以其易易他物之至難。易生於簡, 簡生於明, 綜其妙在明而已。」徐光啓能說出這四不必、四不可得、三至三能的感觸, 一定是對於《幾何原本》倍極推崇。所以, 他顯然認為有義務、也有責任來做翻譯的工作。至於《幾何原本》的後九卷, 則完成於1857年, 與前六卷翻譯完成時, 已經相距250年, 後九卷由李善蘭 (1811-1882) 與偉烈亞力 (Alexander Wylie, 1815-1887) 合譯完成的。根據王韜的記載, 李善蘭於1852年5月進住上海大境傑閣, 隨之與偉烈亞力翻譯後九卷, 李善蘭在《幾何原本》的譯序中, 他交代這件事的始末:⁵

歲壬子 (1852年) 來上海, 與西士偉烈亞力約, 續徐、利二公未完之業。偉君無書不覽, 尤精天算, 且熟習華言, 遂以六月朔為始, 日譯一題。中間因應試、避兵諸役, 屢作屢輟, 凡四歷寒暑, 史卒業。⁶

可見要翻譯一本鉅著是需要天時、地利、人的意志力與緣份問題, 當時利瑪竇翻譯《幾何原本》多少是帶有傳教的成份, 試圖利用科學技術新知來達成某些宗教目的。話說回來, 現在將《九章算術》翻譯成英文版, 充其量為學術知識分享, 或許當做彌補遺憾的動機罷了!

肆、*Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 的特色

這本譯註有諸多特色值得與讀者分享, 筆者擬從三個方向細做分析: 首先, 詳列《九章算術》目前在全球各地的研究概況; 其次, 針對《九章算術》章節內的算法與其他民族的算法作類比; 第三, 各章節體例架構完整。

(一)、詳列《九章算術》目前在全球各地的研究概況

西方人接觸到《九章算術》這一著作時, 已經是19世紀末的事了, 因此, 先前在西洋數學史的書籍中, 極少有談論受到《九章算術》成書的影響, 充其量不過是題目間比較中西算法、題型、架構的異同。現在, 隨著中西文化與學術不斷地交流與研討, 目前在英國 (United Kingdom)、俄羅斯 (Russia)、德國 (Germany)、法國 (France)、丹麥 (Denmark)、瑞士 (Switzerland)、瑞典 (Sweden)、美國 (United States of America)、澳洲 (Australia)、紐西蘭 (New Zealand) 等國家, 已有《九章算術》相關的研究機構、著作或漢學家的出現。至於在亞洲國家如日本 (Japan)、韓國 (Korea)、越南 (Vietnam)、新加坡 (Singapore)、馬來西亞 (Malaysia) 由於鄰近中國, 因此, 受《九章算術》的影響較深, 這可從上述國家的歷史典籍看出端倪, 尤其是日本, 最著名的就是和算 (wasan), 和算的創立者為關孝和 (Seki Takakazu, 1642-1708), 他被日本人尊稱為「和算聖人」, 其最重要的著作為《括要算法》(1709), 此書在圓的關係、行列式、垛積術 (無窮級數和)、極值條件、方程式判別等貢獻卓著,⁷這對於日本邁入近代高等數學之林, 有很深的影響。因此, 作者

在此書第40頁還列出《九章算術》與和算之間的詳細比較，非常值得研究中日數學史差異的史家做參考。

(二)、針對《九章算術》章節內的算法與其他民族的算法作類比

針對《九章算術》章節內的算法與其他民族的算法作類比，這本 *Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 的作者，顯然對於人類數學史的發展歷程，有著非常深刻的認知，這對於把中國數學史在世界數學史的範疇中如何定位，具有決定性的意義。順便值得一提的是，在全人類的數學發展歷程史中，要把中國從中抽離是絕對辦不到的，這是因為《九章算術》的出現，具有關鍵的角色。筆者僅以〈粟米章〉為例，提供讀者參考，以茲上述佐證：〈粟米章〉中的今有術，是完整的比例算法，題型為：「已知所有數、所有率和所求率，則所求數= 所有數 × 所求率 ÷ 所有率」這種比例問題，其實在其他民族間的數學也屢見不鮮，原理相同但表達互異，因此，作者比較中國、希臘、印度三個民族，如下表所示：

中國(China)	希臘(Greece)	印度(India)
所有率(the given rate)	第一數(first number)	爭論 (argument, pramana) ⁸
所有數(the given number)	第二數(second number)	果實(fruit, phala)
所求率(the sought number)	第三數(third number)	請求(requisition, icchas)
所求數(the sought number)	第四數(fourth number)	需要(demand)

除了三個民族的比較之外，作者更將觸角延伸至阿拉伯數學史，提到阿爾·花拉子米 (Al-Khawarizmi) 將此種比例式的算法稱為「三率法」(Rule of Three)，而此種算法輾轉地傳入歐洲，在文藝復興 (Renaissance) 時候，被歐洲商人廣泛採用，同時引發許多數學家的興趣，紛紛將三率法重新命名，如法國代數學家許凱 (Nicolas Chuquet, 約 1431-1487) 稱它為 “*La Regel de Troys*”、義大利算術與代數學家帕奇歐利 (Luca Pacioli, 1445-1517) 稱它為 “*Regula Trium*”、德國數學家魯道夫 (Christoff Rudolff, 約16世紀初) 稱它為 “*Du Regel de Tri*”。不過，為了表達對「三率法」的尊重，一般歐洲商人最常見的命名為「黃金規則」(Golden Rule)，因為「三率法」的數學地位是絕對凌駕任何數學算式，「黃金規則」(Golden Rule) 的名氣便不脛而走。⁹

(三)、各章節體例架構完整

雖然這本 *Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 主要的內容與精華，是翻譯中國古書《九章算術》，但是，體例與編書方式，卻是明顯地吻合西方人的編輯習慣，看起來是程序有條不紊井然，這讓有些讀者雖然未具備有中國數學史的

背景，仍能很快進入古老東方的國度中。顯然，作者很貼心地在每一章節開始前，先做個摘要或簡略 (Summary)，希望讀者能先理解或想像透過英文字的傳達來了解約2000年前，中國人如何利用數學來交易、測量、計算的生活模式，接著，引領讀者的是各章節的問題類型 (Types of problems)。作者通常會把問題類型再區分成兩三種類型，以方便讀者更容易做區別；次之，切入教育原理中常提及的教學法 (Pedagogy)，我想作者一定體會到要如何利用數學史的教材來進行數學教育呢？《九章算術》無疑是極為適當且可行的；其次，討論此此章的問題類型是否曾出現在古代的中國或其他國家呢？某些章節有時還會針對特別算法做更進一步的解析，例如在〈盈不足章〉時便對盈不足法則做嚴謹的數學介紹，¹⁰前述工作就是接下來的前哨站，最後，作者才進行翻譯與注釋。這種寫作方式在中國數學史典籍中是少現，在《九章算術》問題的前言通常是簡短的一行話，如：「方田—為了處理土地的面積」、「粟米—為了處理抵押交換的問題」、「衰分—為了物價貴賤、賜予谷物及交納賦稅等問題」、「少廣—為了處理積、冪、方、圓的問題」等，雖然一般讀者會認為這些翻譯與注釋的內容才是主食，但是，我個人認為作者們會願意花許多篇幅來先做前置作業，一方面當然是可能讀者的數學史背景能力不一；另一方面，也許以《九章算術》為發光點來投射在不同的數學史知識領域中，也非不無可能的擺設。

伍、結論：

總之，*Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 的作者，提供了一個西方讀者能快速且清晰的途徑來認識中國，作者同時解釋了各種《九章算術》的算法技巧與單位換算，並且在其他的民族或國家尋找可供類比研究的對象，這對於西方學者認識中算史是具有立竿見影的作用。另外，它還提供一則訊息，那就是，本書曾獲得中國第十屆全國優秀科技圖書獎二等獎，可謂實至名歸。因此，我們可以想像的是作者的用心與努力。筆者也認為將《九章算術》翻譯成英文，雖然造福許多西方讀者，但是，即使以中文為母語的我們自己也將受惠不少，因為《九章算術》的古文版，實在不易理解，有些名詞如少廣、衰分、商功等名詞，與今義相去甚遠，雖有中文注釋，少數仍不脫古義，因此，翻譯成英文版看起來是打進西方漢學界，但是，也相對提升我們自己對於《九章算術》的認識程度。看來《九章算術》經過如此嚴謹轉譯之後，會變得脫胎換骨且清新可人，《九章算術》不再躲在學術的殿閣中，將更受世人所注目。

注解：

1. 沈康身教授在建築史、中國數學史、比較數學史、數學史典籍論述著作豐富，共有專著四本、論文128篇，其中 *Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary* 是唯一英文專著。
2. 此處所謂《算經十書》為：《周髀算經》、《九章算術》前五卷、《孫子算經》、《張丘建算經》、《五曹算經》、《緝古算經》、《數術記遺》、《夏侯陽算經》等七部半以南宋本或影宋本，《九章算術》後四卷及劉徽注以楊輝本，《海島算經》、《五經算術》。

3. 參考李繼閔，〈《九章算術校證》〉，台北：九章出版社，2002年，第4頁。
4. 克拉維斯是利瑪竇（Matteo Ricci, 1552-1610）在耶穌會學習時的老師，利瑪竇向他學習數學與天文學方面的知識，克拉維斯被譽為「中世紀的歐幾里得」。
5. 洪萬生，〈墨海書館時期（1852-1860）的李善蘭〉，載於何丙郁等著，〈《中國科技史論文集》〉，台北：聯經出版事業公司，1995年。
6. 見《幾何原本》十五卷（同治四年曾國藩署檢版）。
7. 徐擇林譯，〈關孝和：《括要算法》及其他〉，載於李文林主編，〈《數學珍寶－歷史文獻精選》〉，台北：九章出版社，2000年。
8. **pramana**、**phala**、**iccha**在梵文中意思就是爭論、果實、請求。
9. 關於文藝復興時期的數學及「黃金規則」（Golden Rule）的歷史研究，有興建的讀者，可參考 Frank J. Swetz, *Capitalism and Arithmetic: The New Math of the 15th Century*, Illinois: Open Court, 1987.
- 10 關於盈不足法則的有趣問題可參考張復凱，〈『盈不足術』與老鼠穿牆的「恩怨情仇」〉載於台北：《HPM通訊》第七卷第一期。

『碩士論文』摘要

從 HPM 觀點看九年一貫國中數學幾何教材

國立台北教育大學數學教育研究所 陳玉芬

雖然，運用數學史教授數學已然成爲國際數學教學趨勢之一，但是，就國內中學數學教育而言，與之相關的研究卻猶如鳳毛麟角。本研究試圖從二種古代文本——《九章算術》和《幾何原本》與現今國中幾何相關部份的內容做比較研究，以作爲國中幾何單元教材的另一種教學進路。研究方法主要採用內容分析法，針對《國民中小學九年一貫課程暫行綱要：數學學習領域》中的國中幾何教材內容，分成幾何推理、發展空間感二大主軸，並探討 HPM (The Relations between the History and Pedagogy of Mathematics) 如何介入國中的數學幾何課程之中。同時針對古代文本中的「尺規作圖」、「陽馬」與「鼈臠」、以及「畢氏定理」等三部份之內容進行研究分析，研究結果如下：

- (一) 國中的九年一貫《課程綱要》的能力指標，對於「數學史的教學」之精神未能具體實踐。
- (二) 各版本幾何內容中，看似充滿豐富的活動，但是卻落於「有活動無課程」或是「有課程無文化」的窘境。
- (三) 各版本的教材內容中，對於數學史的定位仍止於課後的「資料補充」。
- (四) 學生學習的工具未能多元化。

根據以上研究結果，研究者建議：未來在課程綱要部份應具體呈現有關數學史的能力指標，並提供教師的數學史進修課程以及發行「HPM」的相關刊物以落實數學史的教學；同時在幾何教材的設計上，應避免「有活動無課程；有課程無文化」，應彰顯課程目標與文化素養；也應強化演繹推演及空間推理的訓練；而在活動課程設計方面，也應注重學生的學習工具應多元化，讓學生能具體操作與探索幾何概念以穩固其幾何知識。

關鍵詞：HPM、國中幾何教材、尺規作圖、陽馬與鼈臠、畢氏定理、九章算術

幾何原本

(2006 年 1 月榮獲碩士學位，指導教授爲洪萬生、張英傑)

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至suhui_yu@yahoo.com.tw
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京工業大學）

英國劍橋：李佳嬾（李約瑟研究所）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇意雯、蘇慧珍（成功高中）

蘇俊鴻（北一女中） 陳啓文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中） 蕭文俊（中崙高中）

郭慶章（建國中學） 李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中） 謝佩珍、葉和文

（百齡高中） 彭良禎（麗山高中） 邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工）

林裕意（開平中學）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中）

林旻志（錦和中學） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中）

吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中）

鐘啓哲（武漢國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中）

新竹縣：洪誌陽、李俊坤、葉吉海（新竹高中） 陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

洪正川（新竹高商）

台中縣：洪秀敏（豐原高中） 楊淑玲（神岡國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中） 歐士福（五權國中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）

台南縣：李建宗（北門高工）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）

金門：楊玉星（金城中學） 張復凱（金門高中）

馬祖：王連發（馬祖高中）