

# HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）  
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台師大數學系）  
 助理編輯：張復凱、歐士福（台灣師大數學所）  
 編輯小組：蘇意雯（成功高中）蘇俊鴻（北一女中）  
 黃清揚（北縣福和國中）葉吉海（新竹高中）  
 陳彥宏（成功高中）陳啓文（中山女高）  
 王文珮（桃縣青溪國中）黃哲男（台南師院附中）  
 英家銘（台師大數學系）謝佳勸（台師大數學系）  
 蔡寶桂（新竹縣網路資源中心）  
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

第八卷 第一期 目錄 (2005年元月)

## 「95 學年度高中數學暫行綱要」專輯

- 如何看待 95 年學年度高中數學暫行綱要？
- 95 學年度高中數學暫行綱要
- 95 學年度高中數學暫行綱要「必修」的一些問題
- 95 學年度普通高級中學數學暫行綱要「選修 I」的一些看法與建議
- 95 學年度高中數學暫行綱要「選修 II」的一些問題

## 如何看待 95 年學年度高中數學暫行綱要？

台師大數學系 洪萬生教授

教育部中教司已經正式公布【95 學年度高中數學暫行綱要】了。在本期中，我們除了轉錄這一綱要內容（含『必修』、『選修』I、II）之外，也邀請了三位高中數學教師分別提出他（她）們的評論，至盼拋磚引玉，請大家一起參與討論，以便凝聚更合宜的共識。

按照筆者粗陋所見，相較於以往國內的高中課程綱要，這一份綱要的獨特之處，在於設計者所提供的『實施方法』。其內容細分為四節，分別是：一、教材編寫；二、教學方法；三、教具及有關教學設備；四、教學評量。顯然，綱要設計者考量了教材，教學與評量等三方面缺一不可，所以，企圖藉此表明了他們的期許。譬如在教材方面，他們希望『教材應注意銜接、統整和連結』，而且其『呈現應循序漸進，引發學習動機，在直觀與嚴謹之間取得平衡，並兼顧從特例到一般推理之必要』（『必修』綱要）。此外，針對特定單元如『矩陣』，他們則強調這『應與一次方程組密切聯繫』，而且『乘法的意義要以實例說明』（『選修』I 綱要）。還有，在『選修』II 的綱要中，則提醒教材編寫者：

- （一）應以多項式為主題，呈現微積分學的核心思想；
- （二）應說明從割線到切線，從直方圖到面積的過程中極限概念所扮演的角色；
- （三）應在附錄中清楚交代微積分基本定理如何內在連結微分和積分的概念。
- （四）應盡量提供適當範例，以彰顯微積分方法之重要性。

至於在『教學方法』中，則提醒教師：

- （一）說明微積分學發展之要素，舉其大者如
  1. 對非等速運動之探討。
  2. 對曲線切線和法線之探討。
  3. 極值問題。
  4. 對區域面積、體積之探討。

- (二) 掌握極限概念之樞紐地位，以直觀方式處理。
- (三) 應統整多項式在高一、高二數學學習中扮演的角色，舉其大者如
  - 1. 代數運算。
  - 2. 自由落體及其拋物線。
  - 3. 多項式的根。
  - 4. 多項式函數的圖形。

諸如上述這些說明，綱要設計者利用具體事例，針對一些特定單元譬如微積分的知識結構，提綱挈領，不僅提醒了教科書的編寫者，也向第一線的教師提出了懇切的建議，令人印象深刻。

不過，如果教材或教學打算盡可能滿足這些需求，那麼，向數學史取經、以 HPM 為鑒，不失為一個可行之道。這些，最終都將歸結到數學教師的相關素養了。其實，美國由 MAA 所主導的 *The Mathematical Education of Teachers*，就清楚地揭示『數學史』作為教師數學知識統整的不可或缺。至於本刊也曾刊出多篇與此相關之文章（參見本文末之附錄），值得大家繼續深思與分享。

## 附錄：本刊 HPM 相關文章

- 如何在課堂上使用數學史（洪萬生） 1(1)
- HPM 隨筆（洪萬生） 1(2)
- HPM 隨筆（二）數學史與數的教與學（洪萬生） 2(4)
- 數學家傳記的教育意義與價值（洪萬生） 2(10)
- “Biography in the Mathematics Classroom”讀後心得（林倉億） 2(10)
- 傳記在數學課堂上的使用（陳鳳珠） 2(10)
- 試析〈Biography in the Mathematics Classroom〉一文（蘇俊鴻） 2(10)
- Biography in the Mathematics Classroom 心得報告（謝佳叡） 2(10)
- 心得分享：閱讀 VICTOR J. KATZ 《在數學教學中使用數學史的一些要領》（Some Ideas on the Use of History in the Teaching of Mathematics）（林倉億） 2(10)
- HPM 的法國經驗：在教學中融入古代數學問題（洪萬生） 2(11)
- 「貼近」古典，向大師學習（洪萬生） 3(1)
- 如何詮釋數學文本（洪萬生） 3(6/7)
- 科技在配合歷史的數學教學中之運用 -- 由數學史所得到啓示的現代科技教學（黃清揚） 3(8/9)
- 當東方遇見西方（蘇意雯） 3(8/9)
- 「從對數學式子的評價探數學教師的數學觀」-- 數學史知識需求面相的另一種思考（謝佳叡） 3(10)
- 與大學生談埃及數學在教學上的應用（林倉億） 4(1)
- 『數學教師專業發展』課程介紹：『數學史與數學教學』（洪萬生） 4(6)
- 數學史在數學的教與學中的定位（葉吉海） 4(7)
- 介紹 John Fauvel “Using History in Mathematics Education”一文（林倉億） 4(7)
- 賦予模型力量：以解放黑奴運動為例（陳鳳珠） 4(7)
- 幾何『修辭』：笛卡兒 vs. 歐幾里得（黃清揚） 4(7)
- 遠距離學習中的柏拉圖修辭：Robert Record 如何教在家的學習者（蘇惠玉） 4(7)
- 數學文本與問題意識（洪萬生） 5(1)

- 如何利用古代數學文本作為認知的媒介？（洪萬生） 5(5)  
 中東古文明數學巡禮（英家銘） 5(11)  
 中算史中的「張本例」(generic example)（洪萬生） 5(12)  
 中東古文明數學巡禮 2：巴比倫文明起源、六十進位法及其影響（英家銘） 5(12)  
 以 HPM 為鑑：數學史可以從 HPM 學到什麼（洪萬生） 6(1)  
 中東古文明數學巡禮系列之三：巴比倫代數學隅及其『張本例』(generic example) 的特性  
 （英家銘） 6(2/3)  
 向大師學習！（洪萬生） 6(6)  
 HPM 的發展史：1976-2000 年（歐士福） 6(10)  
 HPM 隨筆（三）：2004 勾股定理的『非常』遐想（洪萬生） 7(1)  
 為教師而寫的溫柔數學史篇（洪萬生） 7(5)  
 數學與人文社會的對話：一個 HPM 的進路（洪萬生） 7(7/8)

劉徽論『齊同術』（通分法）：

凡母互乘子謂之齊，群母相乘謂之同。同者，相與通同共一母也；齊者，子與母齊，勢不可失本數也。方以類聚，物以齊分。數同類者無遠；數異類者無近。遠而通體知，雖異位而相從也；近而殊形知，雖同列而相違也。然則齊同之術要矣；錯綜度數，動之斯諧，其猶佩觿解結，無注而不理焉。乘以散之，約以聚之，齊同以通之，此其算之綱紀乎？

郭書春之翻譯：

凡是分母互乘分子，就把它叫做齊，眾分母相乘，就把它叫做同；齊，就是使分子與分母相齊，其態勢不會改變本來的數值。各種方法根據各自的種類聚合在一起，天下萬物根據各自的性質分離成不同的群體。數只要是同類的就無所謂背離；數只要是異類的就無所謂相近。背離卻是互相通體的，即使在不同的位置上也會互相背離。那麼齊同之術是非常關鍵的；不管是多麼錯綜複雜的度量、數值，只要運用它就會和諧，這就好像用佩戴的觿解繩結一樣，不論對什麼問題，沒有不能解決的。乘使數散開，約使數聚合，齊同使數互相通達，這難道不是算法的綱紀嗎？

## 95 學年度高中數學暫行綱要

## 必修課程綱要

## 第一學年

主題	主要內容	說明
一、 數 與 坐 標 系	1. 整數 2. 有理數與實數 3. 平面坐標系 4. 複數與複數平面	1-1 含因數、倍數與輾轉相除法。 2-1 介紹無理數如 $\sqrt{n}$ 和 $\pi$ ，其中 $n$ 為非完全平方的正整數。含 $\sqrt{2}$ 是無理數的證明。 2-2 介紹基本的根式運算如 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 等。含分母為 $\sqrt{n} \pm \sqrt{m}$ 時的有理化，其中 $n, m$ 為正整數。 3-1 複習平面坐標系，直線方程式，並介紹斜率。 3-2 以兩直線的關係說明二元一次方程組求解的幾何意義。 3-1 複習平面坐標系，直線方程式，並介紹斜率。 3-2 以兩直線的關係說明二元二次方程組求解的幾何意義。 4-1 介紹 $i$ 的由來，含一元二次方程式根的討論，特別是判別式小於0之情形。 4-2 介紹複數平面和複數的四則運算。複數平面只是強調一一對應關係。
二、 數 列 與 級 數	1. 等差級數與等比級數 2. 無窮等比級數與循環小數 3. 數學歸納法	1-1 含數列與級數的基本概念。 2-1 介紹最基本的極限概念。 3-1 介紹數學歸納法並應用於證明。
三、 多 項 式	1. 多項式的四則運算 2. 餘式定理、因式定理 3. 最高公因式與最低公倍式 4. 多項式函數 5. 多項式方程式 6. 多項式不等式	1-1 含綜合除法。 2-1 含整係數多項式的一次因式檢驗法。 3-1 利用輾轉相除法求最高公因式。 4-1 含一次二次多項式函數的圖形。 5-1 含代數基本定理的介紹，勘根定理和實係數多項式方程式虛根成對定理。 6-1 瞭解已分解為一次因式乘積的多項式在實數線上恆正、恆負的區間。
附錄	認識證明	以到目前為止學過的數學，介紹如何進行推論與證明。

四、指數與對數	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 指數</li> <li>2. 指數函數及其圖形</li> <li>3. 對數</li> <li>4. 對數函數及其圖形</li> <li>5. 查表、內插法</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>4-1 指數與對數互為反函數的意義以公式直接表達，不一定要提反函數這三個字，但要在坐標平面上同時呈現這兩個函數的圖形。</li> <li>5-1 可用電算器求出指數函數與對數函數的值。</li> </ol>
五、三角函數的基本概念	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 銳角三角函數</li> <li>2. 三角函數的基本關係</li> <li>3. 簡易測量與三角函數值表</li> <li>4. 廣義角的三角函數</li> <li>5. 正弦定理與餘弦定理</li> <li>6. 基本三角測量</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1-1 先處理有一個銳角為<math>30^\circ</math>，或<math>45^\circ</math>的直角三角形邊角性質。</li> <li>2-1 倒數關係、平方關係、商數關係、餘角關係。</li> <li>3-1 可用電算器求出三角函數值。</li> </ol>
六、三角函數的性質與應用	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 三角函數的圖形</li> <li>2. 和角公式</li> <li>3. 倍角、半角公式</li> <li>4. 正餘弦函數之疊合</li> <li>5. 複數的極式</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1-1 含弧度。三角函數的圖形只談正弦、餘弦和正切。</li> <li>2-1 含積化和差公式。</li> <li>4-1 以實例說明疊合的意義。</li> <li>5-1 介紹向徑、輻角與極坐標之概念，含棣美弗定理，<math>1</math> 的 <math>n</math> 次方根。</li> </ol>
附錄	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 函數的概念</li> <li>2. 餘切函數、正割函數和餘割函數的圖形</li> </ol>	<p>以到目前為止學過的數學統整函數的概念。</p>

## 第二學年

主題	主要內容	說明
一、向量	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 有向線段與向量</li> <li>2. 向量的基本應用</li> <li>3. 平面向量的坐標表示法</li> <li>4. 平面向量的內積</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1-1 含向量的加法、減法、係數積與內積等運算。</li> <li>2-1 含向量在平面幾何證明題上的應用，如三角形兩邊中點連線定理、平行四邊形定理。</li> <li>3-1 含加法、減法、係數積與內積等運算以及分點坐標、直線的參數式。</li> </ol>

		4-1 含柯西不等式、正射影、兩直線的夾角、點到直線的距離。
二、空間中的直線與平面	1. 空間概念 2. 空間坐標系 3. 空間向量的坐標表示法 4. 平面方程式 5. 空間直線方程式 6. 一次方程組	1-1 空間中直線與直線、直線與平面、和平面與平面的位置關係。 3-1 含加法、減法、係數積與內積等運算，柯西不等式，正射影。 4-1 含法向量、平面的夾角、點到平面的距離。 5-1 含直線的參數式、點到直線的距離、平行線的距離、歪斜線的公垂線段長。 6-1 限二元、三元。 6-2 含高斯消去法。 6-3 以解文字為係數的 $n$ 元 $n$ 次方程組介紹克拉瑪公式和二階行列式。 6-4 以三階行列式求平面 $z$ 平行 $xy$ 邊形的面積。
三、圓與球面的方程式	1. 圓的方程式 2. 圓與直線的關係 3. 球面方程式 4. 球面與平面的關係	
四、圓錐曲線	1. 圓錐曲線名詞的由來 2. 拋物線（標準式） 3. 橢圓（標準式） 4. 雙曲線（標準式） 5. 圓錐曲線的光學性質	4-1 含漸近線。
五、排列、組合	1. 集合元素的計數 2. 加法原理、乘法原理 3. 排列 4. 組合 5. 二項式定理 6. 遞迴關係	1-1 含排容原理。 5-1 以組合概念導出。 6-1 遞迴關係以 $a_n = \alpha a_{n-1} + f(n)$ 及 $a_n = \beta a_{n-1} + \gamma a_{n-2}$ 的形式為主，其中 $\alpha, \beta, \gamma$ 為常數， $f(n)$ 是次數小於3的多項式。
六、機率與統計(I)	1. 事件與集合 2. 機率的性質 3. 數學期望值 4. 統計資料的來源 5. 分析一維數據 6. 信賴區間與信心水準的解讀	1-1 集合簡介。 1-2 樣本空間與事件。 4-1 觀測研究、抽樣調查、實驗。需介紹及使用亂數表，抽樣調查法需含簡單隨機抽樣法。 5-1 圖表編製，數據集中趨勢，數據離散趨勢，整合集中與離散趨勢，以瞭解數據的全貌。 6-1 常態分配及68-95-99.7規律。僅需處理二元資料，不必引進機率模型，以教學活動瞭解信賴區間與信心水準的解讀。

## 選修 I 課程綱要

主題	主要內容	說明
一、 機 率 與 統 計  (II)	<ol style="list-style-type: none"> <li>獨立事件、條件機率與貝氏定理</li> <li>數學期望值與二項分配</li> <li>交叉分析</li> <li>分析二維數據</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2-1 需與信賴區間與信心水準的解讀結合。</li> <li>3-1 僅談兩個變數的情況，需與條件機率相結合。</li> <li>4-1 散佈圖、相關係數、迴歸直線與最小平方法。</li> </ol>
二、 矩 陣	<ol style="list-style-type: none"> <li>矩陣的加法與係數積</li> <li>矩陣的乘法及意義</li> <li>矩陣的列運算及增廣矩陣的應用</li> <li>行列式</li> <li>克拉瑪公式</li> <li>反矩陣</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1-1 強調矩陣的意義，多用實例說明。</li> <li>2-1 含乘法的代數性質，轉移矩陣 (transition matrix) 多用實例說明。</li> <li>4-1 限二階與三階，含行列式的基本性質及用行列式表示面積與體積。</li> <li>5-1 限二元與三元。</li> <li>6-1 含以列運算求反方陣及二階反方陣之行列式求法。</li> <li>6-2 以二階反方陣之行列式求法解釋克拉瑪公式。</li> </ol>
三、 不 等 式	<ol style="list-style-type: none"> <li>絕對不等式(證明不等式)</li> <li>條件不等式(解不等式)</li> <li>線性規劃</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1-1 柯西不等式、算幾不等式、應用實例。</li> <li>2-1 以分解因式解一元多項式不等式並在數線上標示解區間。</li> <li>2-2 解二元一次多項式不等式並在坐標平面上標示解區域。</li> <li>2-3 利用代數方法、幾何方法(圖形)，以及絕對不等式求函數在限制條件下的極大、極小。求極值的函數以低次多項式為主。</li> <li>3-1 只限二元。</li> </ol>

## 選修 II 課程綱要

主題	主要內容	說明
一、 多項式函數的極限與導數	1. 函數及其圖形 2. 極限概念 3. 割線與切線 4. 導數與切線的斜率	1-1 複習一次函數與直線方程式 1-2 複習二次函數與拋物線方程式 2-1 引入 $\Delta x$ 並以直觀說明極限的意義 3-1 引入 $\Delta y$ 及 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 討論函數割線的斜率，並說明在運動學上的意義 3-2 以二次函數說明割線斜率的極限是切線的斜率 3-3 複習拋物線的光學性質 4-1 定義導數及切線方程式 4-2 說明導數在運動學上的意義 4-3 以二項式定理或分解因式求極限得出多項式的導函數，並介紹導函數常用的符號
二、 導函數的應用	1. 函數圖形的描繪 2. 函數的極值 3. 三次函數的圖形 4. 極值的應用	1-1 函數圖形的遞增、遞減和臨界點 1-2 函數圖形的凹性和反曲點 2-1 函數極值的一階二階檢定 3-1 含對三次多項式實根個數的瞭解
三、 多項式函數的積分	1. 黎曼和與面積 2. 求多項式函數圖形與直線 $x = a$ , $x = b$ ，和 $y = 0$ 圍出的面積 3. 定積分及其應用	1-1 直觀說明黎曼和一再細分的分割所取的極限是面積 1-2 在等分割時，對 $y = x^2$ 求出黎曼和的極限 2-1 介紹定積分符號，反導函數（反微分）符號 3-1 以求圓面積、球體體積、角錐體積、自由落體運動方程式為主。
附錄一	微積分基本定理	
附錄二	以牛頓法求整數開平方根的近似值	



## 95 學年度高中數學暫行綱要「必修」的一些問題

中山女高 陳啟文老師

近年來教育變革神速，第一線的教師還來不及了解整體的課程規劃精神，或是尚在評估課程實施的成效之際，另一波的新制卻已接踵而至。眼見民國 84 年的高中數學新課程標準才制定上路，其教科書在 88 年才剛由民間出版公司編寫印行，如今隨之而來的，卻是 95 年即將實施的課程綱要。此變革之理由，筆者並不清楚，唯一能說服自己的是，一個十年或許是教育政策制定者所認定最好的改革時間點吧！可惜，過去的改變，在整個課程設計的精神，無法精準地傳達之下，絕大部分的老師還是無法區別新舊之間的差異，更遑論在新的教科書中找到教材教法上有什麼特別要突顯的地方。所幸數學並不像語文、社會學科的課程制訂，會隨著時代的變遷或價值判斷的爭辯而有大幅度的更動。

事實上，數學教育的本質，在於訓練學生邏輯思考，以及學習如何運用數學符號的操作來處理問題，所以，每次的數學課程修訂，也大都圍繞在哪些單元應予增刪的問題打轉，例如：88 年後的教科書刪掉了「基本函數的微分」、「積分基本定理」以及「數值分析」，而加入「座標軸變換」以及「矩陣變換」。就教師個人的專業素養與教學經驗而言，新課程對數學教師通常沒有太大的影響，許多關懷的聲音，也僅止於個人或出現在某些研討會而已。

如今 95 年的課程綱要業已出爐，從整個暫行綱要來看，大抵也是與過去的內容相去不遠，依然將課程分成「必修科目」與「選修科目」，在教學單元做了部分的更改。不過，熟知高中政行體系的人都知道，這樣立意良好的區隔，在現行高中的「老師聘任制度」、「授課時數」以及「班級導師制」等配套問題未能徹底解決下，再加上升學考試皆列為考試範圍，屆時不僅失去原意，變成統一教材，而「必修」與「選修」兩詞，恐將和現在一樣，只是高中生的畢業學分足夠與否的話題。

不過，從此次的教學綱要，我們還是可看出制定者的企圖心，想在「必修」與「選修」中做一個很明顯的界定，除了與大學微積分、線性代數有關的內容列為第三學年的選修課程，還在高中第一、二學年的必修課程，做了下列四點重要的改變：

- 一、「認識證明」、「函數概念」、「餘切函數、正割函數、餘割函數的圖形」移到『附錄』。
- 二、刪掉「圓錐曲線與直線的關係」、「三角函數和差化積公式」
- 三、在排列組合中明訂遞迴關係以  $a_n = \alpha a_{n-1} + f(n)$  及  $a_n = \beta a_{n-1} + \gamma a_{n-2}$  的型式為主， $\deg f(x) \leq 3$ 。
- 四、在機率與統計增列常態分配及 68-95-99.7 規律，並提供「信賴區間與信心水準」如何解讀。

依據這樣的安排，參照高中數學教學內容與時數，筆者有下列相應的看法與建議如下：

- 一、「附錄」出現在綱要十分特殊，但其用意、目的以及如何使用並未在課程綱要中說明。其中最特別的，是等比數列及級數，一次、二次函數的課程在現在的國中課程中並未提及，即便最基本的  $f(x)$  符號也未介紹。雖然教育部已緊急委由其他單位編印教材，並擬於高一每週於課後增列一節做為補救，但從其初稿內容來看，恐怕與各級學校的需求以及各界的期望，還有一段距離，學校可能還是針對自己學生的程

度，自行編寫教材較為妥當。此外，依筆者之見，「多項式不等式(次數大於 2)」教學單元，若在高一階段，只是利用代數正負符號來討論其解，則論述十分抽象，但增引高次函數圖形來協助說明，在圖形轉彎處的教學上又可能語意不清，對學生難以交代，因此，如果可行的話，不妨將此單元移到高二的「三次函數圖形」單元中順便講授，如此不僅不會影響整體的學習，而且也較能具體描述，亦可暫緩教學時數不足的燃眉之急。

- 二、曾肩負「化乘除為加減」歷史任務的「三角函數積和互換公式」，由於與整個高中課程並無直接關係，一般皆希望能夠刪除，讓教學保留更多的彈性，必要時還有時間可以實施補救教學。只是此次暫訂的綱要中，令人不解的是為何僅刪除了和差化積而獨留積化和差部份？其實學生有了和角公式的概念，上大學後再自行推導和補記「積和互換公式」就能處理一些特殊的三角積分，在強調概念建立的高中課程中，單純的公式轉換不一定要面面俱到。至於「圓錐曲線與直線的關係」的刪除，目的是希望學生高三時能用微分的觀念處理即可，如此雖然可以減輕老師在高二時的教學負擔，而且也更精準地定義切線（註：與雙曲線交於一點的直線不一定是切線）。不過，卻也因而無法兼顧高一所學的「一元二次方程式根的判別式」的另一用途，十分可惜。其實，這在解題上有時比微分來得更方便，在考試領導教學下，老師們會不會願意捨棄就很難說。例如，現行的課程中並未列入橢圓參數的課程，但幾乎每一個教師都會提及。
- 三、遞迴關係的教學地位過去幾年有點式微，許多教師在教學上也輕鬆不少。畢竟這個單元與學生進入大學各學科領域的銜接並無影響，此次在二項式定理後的增列型如  $a_n = \alpha a_{n-1} + f(n)$  及  $a_n = \beta a_{n-1} + \gamma a_{n-2}$  的遞迴關係。平心而論，份量有點過多，我們認為只要學生能夠將排列組合基礎理論學會，頂多在二項式定理中介紹巴斯卡定理就好，實在不用再另闢一個單元。
- 四、每次的課程修訂，難免與主事者所學的專長有關，因此，會在機率與統計上增加「常態分配及 68-95-99.7 規律」與「信賴區間與信心水準」的單元內容，實屬難免。如果暫時撇開學生這個單元瞭解程度的問題，僅就教學時數來考量，如果十七個單元需要十七週，那麼，這就足足要四個多月，才可以教完高二課程，況且在學期當中尚有段考及其他活動，教學時數的分配上勢必難行，因此，整個綱要的訂定宜再做斟酌才是！事實上，大學錄取錄逐年增加，高中學生進入大學現已成理所當然之事，到了大學階段，諸如「常態分配及 68-95-99.7 規律」與「信賴區間與信心水準」等方面的單元知識，除了文學院和藝術學院學生外，幾乎人人都修習到，因此，高中課程是否必要列入，以免學生缺乏這方面的知識，實在不必多慮。

總之，雖然整個高中數學必修的課程綱要內容的增刪還有討論的空間，但如果學校的數學教學研討會的功能夠發揮的話，各個單元的內容深度應可自行調整，其影響層面不致太大。真正的問題，到了 94 年下半年才會一一浮現，這是因為教師面對九年一貫新課程的國中畢業學生，屆時如何瞭解學生的學習心理與狀況，在教與學取得另一個新的平衡點，才是每一個教師所關心的。

# 95 學年度普通高級中學數學暫行綱要「選修 I」的一些看法 與建議

蘭陽女中 陳敏皓老師

## 一、教材編列方式

教育部中教司公布的 95 暫行綱要中「選修 I」的時間，分配為高三上學期，每週三節。其教材綱要及其與現行版數學（甲）對照如下：

暫行綱要	主要內容	說明	現行版數學（甲）
一、 機 率 與 統 計  (II)	1. 獨立事件、條件機率與貝氏定理 2. 數學期望值與二項分配 3. 交叉分析 4. 分析二維數據	2-1 需與信賴區間與信心水準的解讀結合。 3-1 僅談兩個變數的情況，需與條件機率相結合。 4-1 散佈圖、相關係數、迴歸直線與最小平方法。	一、機率與統計（II） 1. 條件機率與貝氏定理 2. 獨立事件 3. 變異係數 4. 相關係數
二、 矩 陣	1. 矩陣的加法與係數積 2. 矩陣的乘法及意義 3. 矩陣的列運算及增廣矩陣的應用 4. 行列式 5. 克拉瑪公式 6. 反矩陣	1-1 強調矩陣的意義，多用實例說明。 2-1 含乘法的代數性質，轉移矩陣（transition matrix）多用實例說明。 4-1 限二階與三階，含行列式的基本性質及用行列式表示面積與體積。 5-1 限二元與三元。 6-1 含以列運算求反方陣及二階反方陣之行列式求法。 6-2 以二階反方陣之行列式求法解釋克拉瑪公式。	二、不等式 1. 條件不等式 2. 絕對不等式與極值 3. 線性規劃
三、 不 等 式	1. 絕對不等式（證明不等式） 2. 條件不等式（解不等式） 3. 線性規劃	1-1 柯西不等式、算幾不等式、應用實例。 2-1 以分解因式解一元多項式不等式並在數線上標示解區間。 2-2 解二元一次多項式不等式並在坐標平面上標示解區域。	三、平面上的坐標變換 1. 平移坐標軸 2. 旋轉坐標軸 3. 二元二次方程式的圖形

		2-3 利用代數方法、幾何方法（圖形），以及絕對不等式求函數在限制條件下的極大、極小。求極值的函數以低次多項式為主。 3-1 只限二元。	四、矩陣 1. 矩陣的加法與係數積 2. 矩陣的乘法 3. 二階方陣所對應的平面變換
--	--	---	---

## 二、教材差異處

這次新綱要與現行版數學（甲）（民國 84 年版）的最明顯不同，應該就是少了『平面上的坐標變換』這一章。我個人認為這樣的更動是非常適當的，而且也適當反應出教師與學子的心聲。這可從兩個方向論述，**一是教材上的考量**，以現行教材來討論，因為高三（上）一學期中有三次評量（兩次期中考、一次期末考），若有四個章節是很難切割，不僅造成教師在教學過程中的困擾，同時也使學生在學習中無法連貫；**一是時間上的考量**，因為現階段的高中升大學多了一項測試，就是於寒假舉行的學科能力基本測驗，所以，高三上除了數學（甲）外，複習的工作份量其實也不算輕鬆，所以，這種改變對於負責高三數學的教師而言，可算是一項禮物。況且，以筆者學習經驗談，如將『平面上的坐標變換』移到大學的『線性代數』課程中似乎更加合宜，因為這時來學習移軸（translation axis）、轉軸（rotation axis）的成效應該會更好。

至於其他章節與現行章節比較，變化不大，差異最大的，只是將現行的章節分為更多小節，如『矩陣』的三個小節（矩陣的加法與係數積、矩陣的乘法、二階方陣所對應的平面變換），細分為六個小節（矩陣的加法與係數積、矩陣的乘法及意義、矩陣的列運算及增廣矩陣的應用、行列式、克拉瑪公式、反矩陣），看起來似乎內容變多，實則刪減了一個小節「二階方陣所對應的平面變換」。

## 三、建議

### • 重視證明的意義

筆者為第一線高中數學教育工作者，時常可以聽到同仁們抱怨學生數學素質低落，他（她）們深怕數學的基本證明枯燥無味，無法引發學生的學習的動機，以至於常造成是老師不教此一單元、而學生不會的後果。如此的教學模式恐怕只會惡性循環，致使學生只學習到數值代入結果的機械式數學。為了改善這種現況，我們當然必須選擇合適的題材。其實，在學習行列式的過程中，利用行列式表示面積與體積的『證明』，就是一個很好演示證明（demonstration）的例子，在筆者自己的教學過程中，常藉此例來詮釋法向量（normal vector）、向量的內積（inner product）、向量的外積（outer product）、向量的絕對值（absolute）的基本意義，因此，筆者建議大考中心的證明出題方向可往數學基本性質考量，這不僅可讓學生能徹底重視證明的意義，也能匡正部份數學老師的教學策略，尤其是有志「選修 I」的同學，將來無論選填何種科系或多或少與數學有關，相信他（她）們有了清楚的數學證明當後盾，必能在大學中脫穎而出。

### • 數學名詞標明英文

我想『選修數學』的意義，應當為自然組學生進入大學做準備，因此，銜接方面的問題就顯得十分重要，若將數學名詞標明英文必定是嘉惠高中學生，因為目前理工科系的大一新生的共同經驗，就是努力查字典以明瞭書中含義。筆者相信在選修數學的教材中若標明英文，則進大學後必定事半功倍。目前各出教科書多運用附錄專有名詞（附英文）索引的方式，但此法成效似乎不彰。

### • 放棄喊口號的數學教育

每次出現新的課程綱要時，為了凸顯「新」的重要性，此刻，數學繪圖軟體、工程用的數學計算機（含指數、對數、三角函數、二次函數等）、及統計運用軟體的地位瞬間提高不少，課程綱要中也明確指出使用時機與重要性。然而，試問有幾位高中數學老師「按表操課」？這是一個值得玩味的問題。原因當然很多，其一，高中數學老師大概都不熟悉這些操作工具；其二，現行課本的編排方式與題型，絕大部份問題根本無需此新穎教具協助；其三，各種考試（小考、月考、學測、指考）都不可攜帶工程用的數學計算機，等等。所以，我的建議是放棄吧！讓我們回歸理性邏輯的運算數學模式中。若堅持採用，可參考他山之石，我曾有機會看過加拿大現行高中數學課本，其中論述到二次函數的圖形時（拋物線、橢圓、雙曲線）的圖形，出現的絕大部份實例是利用工程用的數學計算機畫出的，同時，在教學過程中每位學生都必須要會使用它，否則，數學成績就會相對低落，這個問題值得大家思考！

### 魏慶榮（1949-2004）論『在遊戲中學數學』：

只是玩玩真能學到數學嗎？我們習慣於舊的教學方式，有時模仿帶強記都學不會，不免會憂心忡忡的這麼問。遊戲有好幾種，有靠純運氣的，有純靠技巧的，也有技巧和運氣混合在一起的。益智遊戲有很大的部分是靠技巧的，能培養我們邏輯和推理的能力。不過數學畢竟還有其它功能，學了數學總希望孩子們能啟發對空間關係的能力（幾何），能有說出大概的能力（估算），能有解釋資料的能力（機率與統計），也能有操作計算工具的能力（計算器和微電腦。）

## 95 學年度高中數學暫行綱要「選修 II」的一些問題

西松高中 蘇惠玉老師

教育部中教司公布的 95 暫行綱要中「選修 II」的時間分配為第三學年擇一學期，每週三節。上述的教材綱要說明的部分，與 72 年版的理科數學來比較，幾乎一模一樣，只少了其他如三角函數、對數的微分、積分部分。與 84 年版的數學甲下冊比較，多了「三次函數的圖形」、「定積分及其應用」。多了「定積分的應用」，可以將高中數學中會用到的圓面積、錐體體積、球體積作一清楚的交代，這一點就整個高中教材內容而言，比之前的版本內容較為完整。但是，在教學時數方面，72 年版的理科數學與 84 年版的數學甲都是每週 6 小時，相對地，95 年的「選修 II」時數整整少了一半。

我們先從老師的教學情況來看，高三時，每個學校雖然情況不同，不過通常需要幫學生複習一、二年級的部分，以應付在上學期末舉行的學測；即使沒有幫學生複習，不管是 72 年版還是 84 年版，進度都相當的緊迫；以我個人的經驗來看，84 年版的數學甲下冊，每週 7 節課，需要 2 個月的時間才能上完；在同樣的條件下，若是選修 II 還多了「定積分及其應用」的情況下，每週 3 節課，可能就需要超過 4 個月，即超過 16 週的時間來教授，若是在上學期開課，所有時間都用來上選修 II，不作複習，才有可能上得完！不過，如果開在下學期，上課時間到 5 月中，不到 3 個月，12 週的時間，想要將選修 II 完整地教授完畢，幾乎不太可能，更何況還要加上暫行綱要所要求的學生討論、評量、課後作業、口頭報告所需要的時間。

在中教司公布的資料中，教師的教學方法及教具設備方面，強調「應利用電腦繪圖軟體增加學生對函數變化、平面圖形、立體圖形的掌握」、「應利用電腦計算軟體實際展現求極限的過程」。這樣的內容設計，無疑的在銜接「九年一貫課程」所強調的生活經驗與實際應用，將資訊能力融入課程設計的教學目標。這樣的教學目標當然值得肯定，學生從電腦繪圖軟體中實際看得到的圖形，也比老師在黑板辛苦畫的圖形要美觀、正確、容易瞭解得多；資訊融入教學的這樣的策略，如果使用得當，成效當然是無庸置疑的。

但是在現實的環境中，教師在緊迫的時間壓力下，還要花費時間安排電腦教學，對教學進度會是一大考驗；這還是在教師有能力的情況下來看。但是，在一所學校中，有多少教師有這樣的資訊能力？數學教師有多少的意願願意作這樣的教學？以我本身當例子，電腦能力還可以，也有意願，但是選修 II 課程所需要的電腦繪圖能力，卻還需要再學習，誰幫我們作這樣的在職訓練？什麼時候？要花多少時間？這些都是需要在一個新課程實施前就先做好的前置準備，95 年要實施的暫行綱要，目前還沒看到這樣的配套措施！

再來看選修 I、II 可能會有的實施狀況，第三學年擇一學期選修 I 或 II，95 年暫行綱要的設計，可能是想要打破傳統自然組與社會組的分組方式，但是學生要怎麼選，一定跟「聯考」怎麼考有絕對的關連，以後指定考科數學科不分組考試嗎？目前還沒有人有確切的答案！我們就來假定所有狀況，一一列舉：(1) 選修 I、II 不考：那學生一定沒有人選修，高三沒有數學課；教師教學時數、人員配置產生問題；選修 I、II 的教學目標「提供大學學習相關學科基礎知能」完全沒達到；(2) 選修 I、II 要考，數學考科不分組：那如何區分、選擇適合念理工或文法的學生？依分數高低嗎？學生為了考高分，可能所有的學生都要選



修 I 及 II，有一些學生根本不適合念，也念不來的怎麼辦？這樣根本沒有達到選修的目的。  
(3) 指定考科數學考科分組，那社會組要選什麼？自然組要選什麼？是不是又回到 84 年版的數學甲、乙的形式？

目前的高中數學教育的現況，還是考試領導教學，如果考試制度沒有先作修正，就貿然實施一個新課程，勢必會有些爭議，也容易讓第一線的教師們無所適從！就 95 年暫行綱要的課程主要內容來看，並沒有多大的爭議，爲了要跟大學教育銜接，這些都是必要的。選修 II 的問題在於教學時數，以及實施細則、大學入學的考試措施等等，這些都應該在實施之前就解決或提供解套方法才不致引起太大爭議。



拉斐爾名畫「雅典學派」中的歐幾里得及其四位弟子。那四位年輕人的表情分別是：驚訝、專注、好奇與理解。

1. 要訂閱請將您的大名、地址、e-mail至 [suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至[suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京工業大學）

英國劍橋：李佳燁（李約瑟研究所）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇意雯、蘇慧珍（成功高中） 蘇俊鴻（北一女中） 陳啓文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中） 蕭文俊（中崙高中） 郭慶章（建國中學） 李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中） 謝佩珍、葉和文（百齡高中） 彭良禎（麗山高中） 邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工） 林裕意（開平中學）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中） 林旻志（錦和中學） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中） 吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中） 鐘啓哲（平南國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中）

新竹縣：洪誌陽、李俊坤、葉吉海（新竹高中） 陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中） 洪正川（新竹高商） 陳春廷（寶山國中）

台中縣：洪秀敏（豐原高中） 楊淑玲（神岡國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）

台南縣：李建宗（北門高工）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）

金門：楊玉星（金城中學）

馬祖：王連發（馬祖高中）