

HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台師大數學系）
 助理編輯：張復凱、歐士福（台灣師大數學所）
 編輯小組：蘇意雯（成功高中）蘇俊鴻（北一女中）
 黃清揚（北縣福和國中）葉吉海（新竹高中）
 陳彥宏（成功高中）陳啓文（中山女高）
 王文珮（桃縣青溪國中）黃哲男（台南師院附中）
 英家銘（台師大數學系）謝佳勸（台師大數學系）
 蔡寶桂（新竹縣網路資源中心）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

數學普及著作
 推介專輯

數學普及著作推介專輯 (II) 說明

HPM 通訊編輯 英家銘

幫助數學知識的普及一向是本刊的重要目標之一。四年前，本刊在第三卷第十二期與第四卷第一期，推出了「科普數學推介」專輯。在此之後，本刊陸續在四年來推介了三十六本科普數學出版品，其中的十七篇還有深入的書評。今年，我們打算從四年來出現在市場上的數學普及著作中，挑出數本做評論與介紹。我們不敢說我們能縱覽所有的數學普及書籍並評比它們的優劣，但因為本刊參與推介的編輯群，包含有研究數學史的研究生與現職的教育工作者，所以對於一部著作是否有助於普及數學的敏感度，相信不會太差。

台灣的科普書籍市場其實是不夠大的，所以，大部分的數學普及出版品都是翻譯的作品，但我們也沒有忽略像阿草這樣努力推廣數學的台灣作家。我們這次在中文出版品的部分選了三本譯作及五部國內作家的著作。當然，對於想直接閱讀國外出版品的讀者，我們也介紹了四本作品，其中，我們首度將觸角伸到日本出版的科普譯作。我們呈現總計九篇推介，在本期與第八卷第一期分別刊出，內容廣泛地包含數學與歷史、生活、教育、科學、棒球等各個文化面向的關聯。下面是我們選出來評論的書籍。

- 曹亮吉著：《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》、《阿草的歷史故事》、
《阿草的數學聖杯—探尋無所不在的胚騰》、《阿草的數學天地》，
- R. Mankiewicz 著：《數學的故事》，
- A. Cerasoli 著：《愛上數學》
- M. Gardner 著：《打開魔數箱》
- 王永建編寫：《生物數學》
- Graham Farmelo: *It Must Be Beautiful*
- J. Derbyshire: *Prime Obsession*
- J. Albert: *Teaching Statistics Using Baseball*
- Ken Ross: *A Mathematician at the Ballpark*

阿草的數學之旅

北一女中 蘇俊鴻老師

楔子

近年來，台灣出版界在科普書籍的投入與關注，可以說是與日劇增。在數學方面的科普書籍，雖然引進許多令人驚豔的外文翻譯書籍，但也出現不少令人惋惜的作品（多半是譯者專業素養的問題）。反觀在台灣書寫數學科普書籍的作者中，能孜孜不倦地寫作，維持作品的水準，並擁有一定的吸引力，就不得不想到阿草了（台大數學系曹亮吉教授）。談起阿草的名號，可說是無人不知、無人不曉。事實上，曹教授對於科普寫作投身甚早，在《科學月刊》長期有科普文章的刊載。從 1996 年將關於人類文化活動中與數學連結的文章集結成書，出版《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》一書（遠哲科學教育基金會出版）。到今年（2004）出版《阿草的數學天地》為止（天下文化出版），已經有不少有關數學的書籍。¹ 在本文中，我們將針對歷年所出版的科普書籍中的阿草系列（共四本），作一個簡短的導覽介紹。

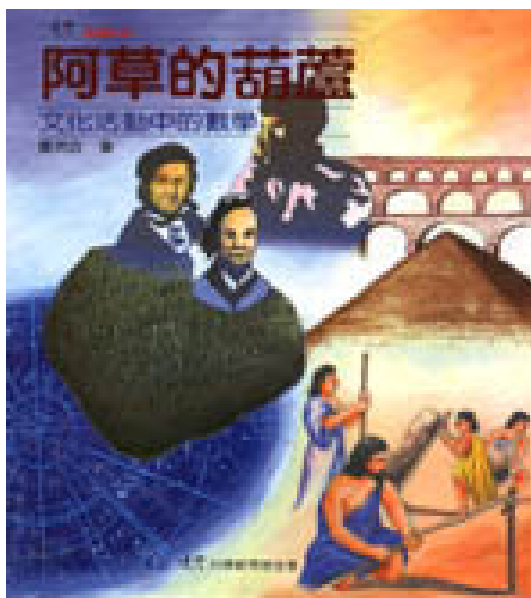
阿草系列各書導覽

阿草系列的形成，是作者經過長時間醞釀反思而得。整個寫作的發想，與這些年的教改思潮緊扣著。以下是阿草系列這四本書的說明：

•《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》

（1996 年，遠哲科學教育基金會出版）

本書是遠哲基金會在開發本土的科學通識讀物的目標下，所出版通識讀物系列的第一本書。作者認為數學是人類文明發展的一部份，所以，數學教育應當讓學生熟知數學對文化的影響。於是，作者歸納出下列幾個面向：(1) 時間與空間；(2) 因果律與機率的思考方式；(3) 演繹系統的呈現方式；(4) 以簡馭繁、以漸逼真的精神；(5) 日常生活中習以為常的數學式用語；(6) 亂中有序的美。² 在這樣的考量下，作者採取主題式的寫作策略（全書共分十四章），也就是，在同一主題下，儘量將相關的材料安排納入。



以第一章〈我的墓碑我來刻〉為例，從大家所熟悉的高斯小故事（求 $1+2+3+\dots+100$ 之和）開始，巧妙地與數學解題中的配對原則連結起來。接著，又提到促使高斯決定成為數學家的轉捩點—正十七邊形作圖問題的解決，讓高斯日後希望能在死後，將此一作圖刻在他的墓碑上。由正 n 邊形作圖問題，又拉到希臘人在尺規作圖上的堅持，並延伸到三大不可尺規作圖問題的產生。直到十九世紀，當數學家用理解到方程式理論與作圖問題的關係（作者以正五邊形的作圖為例做說明），此三大作圖問題的不可解，才清楚地獲得解決。至於高斯的願望則是不幸的落空了，現今他的墓碑上，看到的是刻著一顆十七角星。然而，高斯並非唯一如此遭遇的數學家，瑞士的賈可一世·白努利（Jacques Bernoulli）也曾因為對等角螺線的性質研究深為著迷，決定在墓碑刻上等角螺線，沒料到卻被刻上阿基米德螺線呢！不過，作者卻也趁此機會介紹等角螺線的性質。

由上段的介紹，相信讀者應能略窺作者在取材的多面性與題材串接上的變化多端，感受數學生命力之無所不在，多少體會本書副標題所強調的「文化活動中的數學」。

第二章〈平行線的交點〉可以分成兩部份：一是討論歐幾里得的《幾何原本》之歷史與內容，以及因之所成的歐氏幾何。對比地，作者也一併說明對於平行設準的探究所引出的非歐幾何。其次，則是幾何學最基本的畢氏定理，以及幾何學「不變性」所成就的美。此外，作者也對平面幾何學的教學在數學教育中地位每況愈下，提出他的省思與看法。第三章〈十九年七閏〉，則是介紹各種曆法的制定；干支紀年的換算。第四章〈蛛網上的串珠〉的前半段，討論指數函數的應用，像是 Malthus 的人口模型、放射性元素的衰變，以及 e^x 這個指數函數是如何與蜘蛛網連繫在一起。後半段則是討論對數函數，從計算上「乘除化加減」的需求說起，到 Napier 發明對數以造出對數表的過程，以及對數座標的應用。第五章〈嫦娥離我們多遠〉道出了三角學的量天與測地。第六章〈圓滾動靜皆文化〉說明圓與文明發展的關係，數學家對圓周率 π 的推求方法，以及幾個簡單的圓弦公式的介紹。第七章〈做一個燈籠〉，則是說明立體造型與體積公式的推求；正多面體的性質；和圓錐曲線的相關性質。

第八章〈那一端叫福爾摩沙〉關心的是球面的性質，包括如何量測地球的大小，球面上的幾何學，以及如何將地球面「擺平」的地圖問題。第九章〈世紀大審〉談的是微積分的故事，由 Zeno 的四個悖論談起（最有名的就是 Achilles 與烏龜賽跑），交代了微積分的內涵和極限觀念在求極值的重要性。接著，便是牛頓在微積分理論的貢獻，最後，則是牛頓與萊布尼茲在微積分發明優先權上的爭論。第十章〈孟德爾的豌豆〉則是由孟德爾的豌豆實驗，談到二項分布，進而到 Laplace 中央極限定理，以及據之成立的常態分布及其威力與失控（多變數時），到現代統計學的建立。統計推論的應用領域和據之計算的機率論等方面，最後，則是提到統計方法的可能被誤用。第十一章〈戈巴契夫的胎記〉談的是混沌，包含了迭代自擬、碎形幾何學等題材。

第十二章〈停格看 Heron〉則討論解題，以 Heron 公式為例，在一方面說明如何用對稱、單位因次、特殊情形、極限情形來檢驗公式或是合理猜測公式；另一方面，說明如何用類比與觀察的方法做合理的猜測。此外，作者也花了很大的篇幅，逐一將這些解題原理詳加舉例說明，例如，注意圖形、地位、角色及過程的對稱，解題功力便能大增；如何遊走於特殊與一般之間，善用類比推敲、觀察歸納等等。作者將先前各章所略為提及的技術層面，在這一章中大力闡發，最後並以解題方法四字訣：「抄、圍、推、轉」，將其多年心得加以總結。第十三章〈波斯文大破解〉則是略述象形文、古波斯文及希臘 Linear A 與 Linear B 等古文解讀過程。有趣的是，作者在每段過程中均附上一個類比古文解讀過程的數學問題，對照之下，試圖突顯數學解題的教育價值。

至於第十四章〈為什麼學數學〉，則是作者綜合前面二章所提有關數學解題的內容，並試圖回應「為什麼學數學」這個問題（這是個從事數學教育工作者無法迴避，而且必須有自己定見的問題）。作者由兩個面向來看這個問題：其一，數學在科學發展中所扮演的角色，不僅是數學技術的訓練就可以充分體會；在數學解題的活動中，我們也可以引領學生去體驗觀察、歸納、分析、類比、推論、演繹等等的科學方法，這樣的體驗對於學生日後從事科學工作是會有幫助的。另外，在解題過程中，邏輯推理力的養成，使之得以應用到數學以外的情境，這些都是數學教育的目的之一。³另一面向，則是數學對文化的影響，這也是目前數學教育最缺乏的部份。作者認為幾百年來，科學進展迅速，其知識風貌均已溶入人類文化之中，而成爲吾人生活的一部份，這正是學數學所要去了解的，也是我們接受數學教育的本意。因此，作者認為基本素養中所需的數學技術層面不需過高，但與其他領域接觸要廣，除非在各專門學科上，技術層次才需有各種不同程度的提昇。這個問題的釐清，則可以讓我們的目標更加明確；課程設計更能照顧到文化層面的需求；教學中注意解

題技巧及監控能力的培養，使數學的學習變得更有意義與樂趣。走筆至此，我們可以看出阿草在他的葫蘆裏，不僅賣的是文化活動中的數學萬花筒，更是他對數學教育用心良苦的藥方。

•《阿草的歷史故事》(2002年，天下文化出版)

從書名不難了解這本書的內容就是曆法。作者清楚地表明，這本書是他多年對曆法鑽研的讀書心得！說來奇怪，早期數學的發展，有一大部份爲了替天文曆法服務。到了現代，我們卻少見在數學課程中會有專章去討論曆法的相關問題，頂多就是化身成爲數論習題中的問題。事實上，作者對於曆法的喜好鑽研起源甚早，在《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》中也可以看到(第三章〈十九年七閏〉)，不過，當時只是淺嚐即止。至於更深入的內容：如中西曆法各自的發展、制定與改動；曆法在皇權統治脈絡下所扮演的角色；曆法在文化脈絡下所代表的意義；通曉曆法所需具備的數學知識；以及明末清初傳教士所帶來的知識交流，和他們在中國改曆上的參與等等的題材，則是這本書所要交代的。



全書共分五章，由於曆法的知識內容，對多數的讀者而言較爲陌生，作者透過虛構出的兩場不同人物在不同時間的對話錄形式(第一章：利瑪竇與徐光啓，1600年；第二章到第五章：小徐與小利，2000年)，介紹曆法的相關概念，這在科普的寫作上是較爲特殊的體例。首先，由第一章〈中西曆的對照〉開始，爲了搭配自然的週期變化，以利安排生活作息與節慶，人們對於曆法的需求是當然的。配合月亮的盈虧，抑或是季節的變化，就有陰曆、陽曆或是陰陽合曆的選擇，各個民族文化由於考量的不同，各自有其選擇的曆法，像羅馬人(現在西方所沿用)選擇陽曆，而中國人(農曆)則是陰陽合曆，但不管那一種曆法，由於我們是用整數的日子來處理非整數的自然週期，時間久了，自然有微調設計的必要。作者透過西元1600年利瑪竇與徐光啓兩人的一次對談(當然是虛構的!)，將這些內容鋪陳開來。

然而，當曆法與自然變化的週期的差距愈來愈大，無法負起預測變化的重任時，曆法的改制便成了唯一的解決方案。第二章〈各曆的發展〉便是討論農曆與陽曆在改制上的做法，並兼論其他的曆法(如回曆，印度曆，猶太曆)。第三章〈眾曆的共通〉則是由時區的統合，引伸到曆法紀年的互換，再提到曆法在文化上與政治上的意涵。第四章〈天之曆數在爾躬〉⁴特別強調在中國歷史上，曆法對於君主權威支撐的重要性，歷史上許多次的改曆全都是因政治力的介入(作者特別以武則天爲例介紹)、第五章〈曆的數學〉討論因曆法而發展出的數學理論與技巧，像是連分數、同餘理論、內插法、球面三角學等。

值得一提的是，對話錄形式在題材處理及概念傳遞上會較爲鬆散，作者特別在各章之前均做了導論，以便讀者能更聚焦，可說是煞費苦心。

•《阿草的數學聖杯—探尋無所不在的胚騰》

(2003年，天下文化出版)

與《阿草的葫蘆》相比，本書可視爲《阿草的葫蘆》的簡易版，這樣的比擬並非筆者自行想像，而是作者在自序中所提：「我承認該書(按：《阿草的葫蘆》)的讀者應該是已對數學有興趣，而更想知道數學在文化中所扮演角色的人。我考慮，是否該寫本書，能讓一般讀者發現數學是身邊事，因而引起對



數學的興趣。」如此熱切考量拉近數學與普羅大眾距離，減低學習上的心理障礙，是其來有自。作者接著道：「參加國中九年一貫課程數學領域的設計，讓我更加體會到，一般國民需要什麼樣的數學。」所以，本書的內容定位，便是針對一般國民能夠知曉的數學。也就是說，只要接受過義務教育便能夠領會的數學。

在這樣的定位下，當然毋須引介具有一定難度的數學知識，那該談些什麼？當然還是得回到最初的起點：一般人學習數學的目的為何？作者認為學會尋求數與形的規律與過程，是學習數學的主要目的。如果我們將規律的要求稍加放鬆，我們日常生活中所遭遇的萬事萬物，多少都有規律可尋，作者就以「胚騰 (pattern) — 廣義的規律」稱呼之。⁵如此一來，我們在學習數學的眼界由原本純粹的數與形的狹義規律的探求，擴大到隱藏於萬事萬物的數與形，廣義的規律的追尋，使得數學的學習不再枯燥抽象。

作者將其四處搜集而來的實際例子，串接起來說明胚騰的意旨。並依其分類的不同，將全書分成「學、說、算、變、看、想」等六大篇。其中，「學」篇強調數學學習的重點，應該擺在對胚騰的追求與了解，作者認為學會追尋胚騰，才能使數學的學習變得有用，更以尋根與球賽成績為例，示範了該如何探求隱身其中的胚騰。「說」篇則是說明一般生活語言所涉及的數學詞句，也是處處有胚騰的存在。如十進位命數法的建制，在規律掌握後，我們才能隨心所欲地數下去。另外，像時間與空間有關的語詞，也常在語文中現身；以及那些我們早以習以為常的用語和說法，在細細分辨其深意後，都能讓人玩味再三。「算」篇談的是算術，強調的是估算能力的培養。此外，作者也告訴我們「用整數來標示時間的流逝與空間的區隔；用週期與同餘的概念來處理週而復始的現象；……；用排列組合的方法來了解潛在無窮增長的機制。要了解世界，就要會算。」

「變」篇強調的是代數，但談的是「變」與「相應的變」之間的關係。作者認為代數中的 x 有三種用法：(1) 未知數：具體而已定的用法；(2) 類化數：具體而一般的用法；(3) 一般數：抽象而一般的用法。代數的學習上之所以挫折重重，常是因為我們在解方程式的問題上習得未知數的用法，便一舉跳到一般數的層次，直接討論形式的演繹關係。然而在數學的連結上，作者認為類化觀念與由類化延伸的數學模型，才是學習代數的重點。「看」篇是幾何題材，強調的是看地圖、看地標找路、看方位、看面積的大小等等，這些簡單的幾何應用。另外，作者也談平面上的位置變換，像對稱、平移與旋轉等，以及由此所引發出圖形對稱之美，更與藝術相遇。「想」篇說明的是數學可被視為一種語言，我們在溝通時，若將數學納入，雖說它的應用較為狹窄，但卻可保持縝密與精準。此外，數學也是思考的利器，我們學習三段論法、清楚充份與必要條件的意義與關係，都能讓人在日常生活中面對各式各樣論述，容易將其抽絲剝繭，思考得更加清晰。

這樣看待數學「眼界」轉變的關鍵，作者認為不是艱難的數學技術，而是學習的方法。我們要從實際生活或其他學習領域取材，探討其中的數與形，尋求蘊涵的胚騰。要培養能力，能察覺情境中的數學問題，並轉化成真正的數學問題，並在數學解決之後，能回到實際的情境，評析其結果是否回答問題，以及能否進一步推廣。最後，也要能夠摘錄過程重點，以便自我溝通，以及與他人溝通。經過察覺、轉化、解題、溝通與評析等步驟，我們才能把數學與其他學習領域連結在一起，數學才會具體有用，這正是在九年一貫數學課程中特別強調的一個重點呢！

•《阿草的數學天地》(2004年，天下文化出版)

這本最新出版的書，概括的說，不妨將它視為由數學觀點出發的簡易版天文地理學，主要談的是利用高中程度的數學知識就可瞭解的天文與地理的知識。透過大小、方位、距離、位置及模型的數學觀點，天文與地理學上的許多話題便可放在一起討論，而地球正是兩者共通的話題。因此，作者將天文與地理的材料貫穿一氣，架構出全書的內容。

全書共分六篇，第零篇〈緒篇〉主要是回溯天文地理的起源。人們爲了理解所觀察到的宇宙圖像，透過觀察資料的積累與數學知識的擴充，人們逐步修正天文地理學的模式，建立天文地理學相關的理論，最後，集大成的人正是西元二世紀的托勒密。雖然托勒密的宇宙模型是錯誤的，但他所建立的三角學卻影響深遠；同樣的，他的地理學著作雖說謬誤失準，卻是日後導致地理大發現時代的重要因素。第一篇〈地球的大小〉，由安身立命的地球大小先談起。透過自然界現象的觀察與推論，前人很早就推定地球是圓形。但隨之而來的：地球有多大？由於實測的不易，地球被「小看」了很久，但是，哥倫布卻因之敢提出航海西行的夢想。一直到三角測量法的建立，與測量工具的改進後，人們才算是真正知道地球的大小。導致牛頓的萬有引力理論的確立，並進一步經由實測的方式驗證了牛頓萬有引力理論的正確性。

第二章〈星球的位置〉則是討論如何將天上的星星定位。將地球視爲中心，透過天球的觀念，將經緯線規定下來，則星星在天球上的視線方位便確立下來。然而真正的距離，則必須結合三角學的理論，配合天文標尺的制定（隨著觀察的範圍的擴大，採用地球的半徑或地日距離或光年），利用視差法決定之。但距離幾百光年外的星星呢？這時無法利用視差，只好採用星星的亮度（星等）或是紅移等物理現象。在行文之間，作者爲我們補充了許多的天文學的 ABC。第三篇〈行星的運動〉所介紹的，是行星運動描述的模型演進（如地心說的同心圓、同心球及本均輪模型，到以日心說的圓形軌道，刻卜勒的橢圓軌道），定性與定量描述的刻卜勒行星三大運動定律，及一統三大運動定律的牛頓萬有引力理論。藉由行星運動模型的討論，作者試圖呈現「建立模型的重要性，並重視其過程，這才有助於瞭解數學之應用」。而這種經由觀測、建構模型、以之預測、進行修正的過程，可以讓吾人體驗數學應用的層面，這正是「現有高中課程最弱的地方，缺了這一環，高中數學教育就成了純粹的數學技術訓練，無法瞭解數學爲什麼有用，如何有用。」

在天文學議題討論告一段落後，就回到地球上來。第四章〈旅者的方位〉探討如何在地球上訂定經緯度，以及航海和航空上航線決定的問題。我們知道緯線(度)的決定是容易：由赤道爲準，定爲 0° ，上行爲北緯；下行爲南緯，到南北極均爲 90° 。但經線(度)就不簡單了，因爲我們沒有一條特別的經線可供參考，而且經度的測量也是理論方法多，但可行性均不高。一直到鐘錶的構造通過航海的嚴格考驗，和天文學家百般阻撓與挑別後，終於讓測量經度變得簡單可行，而且正確。⁶在經緯度的精確測定下，使得航線的考量由棋盤式（沿著緯度或是經度）的航向，變成可以考慮最短距離。我們當然知道，在球面上兩點最短距離會是在大圓上，其論證與球面三角學有關。第五章〈地圖的繪製〉的主旨，則是繪製地圖的各式各樣的方法，我們知道想把球面直接攤平擺放在平面上是不可能做到的，企圖運用投影法解決此一難題的科學家，可以追溯到托勒密呢！在他的《地理學》一書中，就介紹了幾種錐面投影法。後人在這個基礎上，因應繪圖上的考量，創設不少種類的投影法。就數學的觀點來看，這些投影法大約可依投影面的不同分成平面、錐面與柱面；依投影後可保持的性質，則可分成保形、保積與保長，作者花了不少篇幅介紹各種投影法及其特性。此外，地圖的繪製不外乎就是實際使用，第一位解決繪製航海圖的難題，讓球面上的恆向線對應變成平面上的直線的人，是十六世紀荷蘭的麥卡托，並創立了麥氏投影法，作者也爲我們詳述了其投影法的原理與麥卡托的成就。

結論

在完成《阿草的數學天地》時，作者回顧這麼多年來所寫的科普書籍，心中的阿草系列已然成形，他是如何看待這四本書，且聽聽他的夫子自道：



這是阿草系列中的一本書（按：即《阿草的數學天地》），強調用高中數學就可瞭解一些天文與地理。……系列的第一書《阿草的葫蘆》是就高中的數學內容，逐項談其與人文、社會、自然、曆法、天文、地理等領域的關聯，也談及數學教育的本身。第二本《阿草的曆史故事》則專注於曆法，談及曆法與文化、歷史及數學的關聯。第三本《阿草的數學聖杯》，則把數學降至國中程度，隨手舉出日常生活及各學門的各種例子，使讀者感受到身邊到處都有數學。⁷

《阿草的葫蘆》一書，作者所談的題材範圍已是極大值，但數學理論的深度讓有些人畏懼，才會有後來的著述問世。我們可以看到作者持續將他所吸收的知識，運用深入淺出的方式，宣揚數學在各個領域與學門上的應用。說「深入」是指將討論題材的層次更加擴展延伸，像《阿草的曆史故事》中有關曆法的內容就遠比《阿草的葫蘆》來得深入與寬廣。說「淺出」是指作者會設定讀者的數學程度，考慮可接受的知識內容，像《阿草的數學聖杯》。

令人好奇的是，驅使作者願意如此孜孜不倦，像傳教士般地向普羅大眾倡言數學的種種面向，各式各樣的觀察聯想，各種領域學門的連結，各種可能威力的展示呢。這應當作者對數學教育所懷抱的使命感：

數學教育的目的不只是一要學會數學的基本內容，要訓練邏輯思考，更要體會在日常生活中，在各學門中，有許多需要數學的地方，有需借助邏輯思考的時候，而且透過日常生活、其他學門中有情境的思考，數學的基本內涵才能真正的顯現其意義。⁸

作者極力地向讀者展現各種需要用到數學的地方，強調數學與其他領域的連結性。當然與作者深入參與九年一貫的數學領域課程設計所獲得的體會，有密切的關係。與其條目式的標列想要達成教學目標，不如多提供教師們可以達到這些目標的教學資源，讓他們可隨手取用。因此，我們才會在《阿草的葫蘆》的〈為什麼學數學〉中，看見作者大聲疾呼數學教育所需注意的方向。到後來的起而行，將他認為適合的切入觀點，賣力呈現。

希望作者這樣的心意能被更多的教師們發現，善用這些難得的智慧結晶，為數學教育的教學內容多添一些新意，或是對自己的教學目標多一些省思。至少，也可多增加自己的見識。像我，透過這次的心得撰寫，終於知道農曆閏月的規則，一解多年的困惑呢！

註解

1. 就筆者在博客來網路書店查詢的結果，目前尚可買到的有七本書，其中與數學科普書籍相關的共有五本：《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》（1996年，遠哲科學教育基金會）、《高斯》（1999年，凡異）、《阿草的曆史故事》（2002年，天下文化）、《阿草的數學聖杯—探尋無所不在的胚騰》（2003年，天下文化）、《阿草的數學天地》（2004年，天下文化）。另外二本為《考試知多少》（2000年，心理）及《微積分基本要義》（2001年，三民）。
2. 《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》第361-363頁。
3. 間接強調了解題活動在數學教育上的重要性。
4. 此句出自《論語》的〈堯曰篇〉，大意是說曆法就掌握在皇帝你的手中。
5. 這與將數學視為 the science of patterns 的看法相呼應。
6. 有興趣的人可以參考梭貝爾《尋找地球刻度的人》，時報文化出版。
7. 《阿草的數學天地》，第9頁。
8. 同上。

介紹

《打開魔數箱 — 《科學美國人》魔數師帶你進入數學的奇幻世界》

台師大數學系碩士班研究生 張復凱

書名：打開魔數箱 —

《科學美國人》魔數師帶你進入數學的奇幻世界

作者：葛登能 (Martin Gardner)

譯者：胡守仁

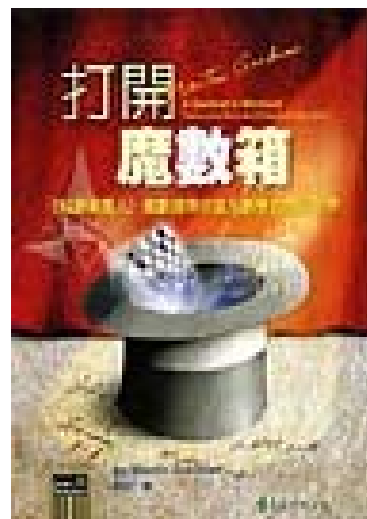
出版社：遠流出版事業股份有限公司

出版日期：2004 年 11 月

頁數：326 頁

定價：280 元

ISBN：957-32-5217-1



「從計算機鍵入 12345679 開始(注意中間沒有 8 這個數字)，叫一個孩子說出 1 到 9 中他最喜歡的數字，稱它為 A。接著叫他把 12345679 乘上 A 後再乘上 9……」結果會是令小孩子很驚奇的 AAAAAAAAAA。原理是簡單的因數分解，只要弄點小花招，就會變成如此有趣的數學遊戲。本書作者葛老爹—葛登能 (Martin Gardner) 先生就是這樣一位化腐朽為神奇的「魔數師」。在他的巧手下，大家熟知的數學知識，一個個變成了具有十足吸引力的數學「腦筋急轉彎」。過去他的著作：《跳出思路的陷阱》、《啊哈！有趣的推理》、《葛老爹的推理遊戲 1、2》，也都因此而深受歡迎。

筆者要介紹的《打開魔數箱》一書，是國內最新翻譯的葛老爹著作。書中收錄了他在《科學美國人》雜誌專欄結束後，刊登在學術性期刊或是一般性刊物的四十一篇文章。共分為四大部分：

第一部分是「遊戲魔數箱」。前面所述的數學「小把戲」便是屬於這一部分(第 1 章)。此部分共收錄了十二篇文章。文章多處運用計算機、電腦、撲克牌……等生活常用的工具或遊戲器材，以數學知識融入，而變成好玩又令人大傷腦筋的數學遊戲。像是第 4 章「以撲克牌建構數學模型」，就是利用撲克牌來呈現數論和組合的數學模型。以數學家蓋爾所謂的「弄不亂定理」為例，把一副牌排成任意大小的長方陣。先將每一列調整成由左至右為由小到大，再將每一行調整成由上到下為由小到大。看似會打亂原本每一列的大小排列，但竟會發現，每列仍為由小到大排列。是不是很奇妙呢？

至於第二部分，則是「數字魔數箱」。這部分共有八篇文章，主要是利用數字的特殊性質而發展出趣味數學問題。以第 16 章「幸運數字與 2187」為例，平凡的地址：2187 街，竟是 3 的 7 次方。以 9999 減去後竟得到順序相反的 7812。常數 e 以數字表示時的前四個數字是 2、7、1、8，而 1 立方英尺 = 1278 立方英寸，都是 2187 數字置換的結果。另外，2187 還是波蘭裔數學家烏蘭 (1909~1984) 於一九九五年所提出的「幸運數字」之一。接著，葛老爹當然會很知性地和讀者們分享有關幸運數字的點點滴滴囉！

第三部分是「幾何魔數箱」，共有十一篇文章。內容包括常見的「鋪磚問題」(第 23 章)、「長方體上的螞蟻」(第 27 章)、「最大的內接圖形」(第 29 章)，還有作者細心在生活中觀察到的有趣現象。像是第 25 章「鈔票上的環狀圖案」，便以澳洲紙鈔上的環狀圖案出發，「大做文章」一番。雖然只是小小的一篇文章，內容也不大「數學」，但顯示出作者對生活細節的留意。當我們探究葛老爹的數學遊戲為何有趣時，就會發現，不也正是有一些小地方上「動動手腳」。我想，這就是葛老爹的過人之處。

第四部分是「聊聊魔數箱」。最後這部分共有十篇文章。除了聊聊電腦與一般性的書評外，最後一篇「評『含糊的新新數學』」最令人眼睛一亮。如作者在序中所言，這四十一篇文章中，「爭議最大的莫過於『含糊的新新數學』這篇書評，我在文章中批評了現在流行的『新新數學』。」老爹在文中批評了「建構」教學，更對所謂「整合式」教材大加撻伐。這些內容當然觸及到台灣數學教育曾經或仍存在的一些問題，讀者們可藉此瞧瞧葛老爹是如何看待這些問題。

綜觀全書，由於有些部分含有較深的數學知識，所以比較適合具有高中以上知識水準的讀者。不過若是單就幾篇文章的部分內容，或是只是玩玩遊戲、耍耍魔術，我想，適合的年齡層是可下修至國中、國小學生的。對於數學教師而言，亦可學習書中利用遊戲或魔術對數學知識的包裝，引發學生學習數學的動機。另一方面，此書不同於葛老爹前幾本著作之處，在於沒有可愛的插圖幫助讀者了解書中描述的情境與題義，這是筆者較為失望的地方(相信很多讀者跟筆者一樣，看到葛老爹就會想到他書中「好笑」的雞蛋形漫話人物)。特別是一些遊戲規則，若能配合插圖說明，應該會較容易閱讀。不過整體而言，《打開魔數箱》一書還是很值得閱讀的—因為不僅有像前幾本書的趣味數學遊戲，還有多篇談及數學教育的文章，透露出葛老爹對數學遊戲幫助教學的期待。讀者們若是看了這本書，一定會發現葛老爹壺蘆裡賣的可不只是遊戲而已，還有很多數學教育的「良藥」啊！

Wir müssen wissen

Wir werden wissen

我們必須知道

我們將會知道

偉大數學家 David Hilbert (1862 - 1943)

3) 在墓碑上刻下的雄心壯志

《愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事》 桃園縣青溪國中 王文珮老師

書名：愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事 (I Magnifici Dieci)

作者：安娜·伽拉佐利 (Anna Cerasoli.)

譯者：王愛雅

出版社：如何出版社

出版日期：2003 年 12 月

出版資訊：196 頁，定價 210 元

ISBN：957-607-989-6



故事開始於八歲男孩菲洛與祖父在廚房的家常對話。祖父是位退休的數學教師，他不但想把菲洛訓練成爲一位優秀的廚師，也總是能在日常生活中找到與數學相關的題材，和好奇的菲洛一同討論，希望他也能夠成爲一位天才數學家。

作者安娜是位義大利的高中數學教師，他有一位十二歲的兒子，在書中互動良好的祖孫二人，或許就是他和兒子的化身吧！安娜的兄長是新科技教育協會 (ADT) 的負責人，並在拉圭拉大學教授機率論與離散數學，亦曾在書中以毛洛叔叔的角色二度串場呢！作者是以菲洛的哥哥的口吻撰寫本書，述說著祖父與弟弟在數學世界裡的探索記事。

全書共分爲二十個數學單元，所涉及的數學題材很廣泛，包含了數碼、數的四則運算、數列、機率、二（八）進位、方程式、集合、圖形（圓、直角三角形、相似形、碎形學）、直角座標系等內容。其中不乏屬於進階級的內容（對於書中的八歲菲洛而言），作者都能以輕鬆的日常生活爲背景，引出所要探討的主題，而不覺得突兀。就以最末一章「大自然中的幾何學圖樣—碎形」爲例，書中提出造就碎形圖樣的概念知識，而不涉及艱澀的數學理論，美妙的圖案帶給了人們無限的想像空間，達到作者將數學知識普及的目的。如同菲洛的爺爺所言：「數學也是一種藝術啊！」書中將除法以比例的形式表示 ($15:3=5$)，與現行教材的表示法有些不同。第十三章的標題爲：「直角三角形的邊，比例爲什麼是一定的？」其內文是以邊長爲 3:4:5 三角形必爲直角三角形爲例，但此標題恐令人有誤解之慮。

最近有學生向筆者提及解應用問題時所面臨的困擾。例如就單純解一元一次方程式的問題，可輕而易舉地按照解題程序完成，一旦需要以一元一次方程式來協助解答的應用問題時，便常有捉襟見肘的窘境出現。筆者反省以往的教學歷程，在教材內容及教學呈現的方式中，是否都只爲了「應用問題」而教授學生「應用問題」；在教學的心態上，對於實際問題與數學知識間存在著「聯結不足症」的問題，而非內化爲生活與知識的連結，這便顯現在學生的學習成果上：習得的數學知識仍舊與生活經驗是二回事，無法成爲一家人。可見，在基礎數學的學習過程中，實際問題的呈現是有其存在的必要性。由此看來，本書便貫徹了在日常生活中爲數學知識找到對應位置的職責，即便不能如此，作者也能夠以流暢的方式在祖孫對話中引出數學題材，達到了科普書籍以寓教於樂爲最高指導原則的目標。這與作者在書中虛擬的角色，皆是她在實際生活周遭人物的化身形成了有趣的對比。

生物 V.S. 數學？

西松高中 蘇惠玉老師

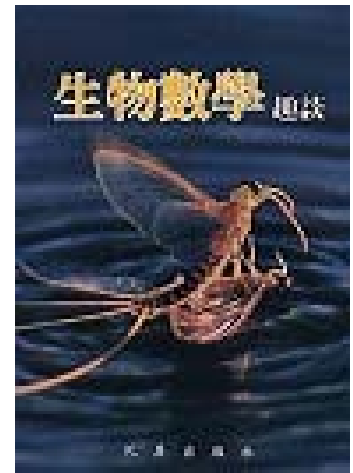
書名：生物數學趣談

作者：王永建編寫

出版：凡異出版社，2004 年 4 月初版

出版資訊：共 330 頁，定價 270 元

國際書碼：ISBN 957-694-553-4



什麼是生命？生命的起源是什麼？有生命的有機體與無生命的無機體之間有什麼差別？這是生物研究者，甚至是科學研究者都想要解答的問題。1953 年 DNA 結構的發現將生物學的研究帶往一個新的方向，「生物數學(biomathematics)」無疑也是另一種研究取向。I. Stewart 在《生物世界的數學遊戲》(天下文化，2000 年)中認為在新的二十一世紀，會因為人類需要瞭解生命世界的模式，而存在、增加許多由數學概念衍生的類型及模型，而生命裡一些值得驚嘆的本能，也能在宇宙的優美數學運作中浮現出來。

什麼是「生物數學」？本書的作者王永建在前言中就說，「生物數學是一門用數學原理解釋生物現象和規律的新興科學」。但是 Stewart 認為，生物數學還算是一種新的研究取向，或是新的「學門」，所以目前對生物學的數學瞭解，都還是片段的、零碎的。也許因為如此，本書「編著」者，才會以這樣的形式「編寫」本書。本書分為「植物篇」、「動物篇」、「人體篇」及「其他」。在本書中，所謂的「數學」部分，作者以「數據」為切入點，由各式的數據，來看生物界的多采多姿，再加以數學式子及圖表的輔助，嘗試讓讀者對生物界的種種行為有更進一步的瞭解。

舉例來說，在「葉子型態的數學原理」中，利用球體表面積與體積之間的大小關係，說明植物為了充分取得能源，當然葉子的採光面積要越大，就會是扁平的形狀了。

在動物篇的「四足動物長度的限制」這一篇中，作者先告訴我們，一根密度均勻的橫樑，長度為 L ，寬度為 H 時，根據力學上的原理，可以證明「這根樑的負重要受到數據 L ：

$H^{\frac{2}{3}}$ 的限制」。作者將這個原理應用到四足動物中，舉例告訴我們，一般動物的身長與身高的這項比值大多數小於 7.1：1，他們的身軀被體重壓垮的危險就會相對較小。這讓人聯想到在《空想科學讀本》(遠流出版，2003 年)中，作者柳田理科雄說的，日本那隻有名的恐龍怪獸「哥吉拉」身長 50m，站直時身高以 12m 來計算，適當體重是 510 噸，設定的體重卻有 2 萬噸，果然太重啦！

此外，在「老鼠的繁殖」那一篇中，作者引用日本推理作家森村誠一小說中的例子，來說明老鼠的繁殖數量。不過，作者沒說的是，真的是每一年老鼠會繁殖 9364 隻？還是在「理想狀況」下才行？另外，這個例子明顯的是由費波那契數列衍生，作者並沒有提到。

總之，本書的編著者利用數據、數學式子、圖表來讓讀者感受生物界千奇百樣的面貌與內涵，喜歡看「百科圖書」類的讀者，應該會感到有趣才是。

日本出版市場科普書籍介紹

東京工業大學社會理工學研究科 經營工學博士班 陳昭蓉

由於 2004 年尚未結束，各書局的統計資料也尚未完成，所以，日本出版相關介紹之中，我打算為大家大致介紹日本銷售情況較佳的著作。以銷售量為判斷標準似乎有點俗氣，然而，既然是科學普及書籍，普及的程度應該也是重要的評鑑標準。雖然我們針對日本出版介紹，其範圍則不限日本作者原創或者翻譯書籍。畢竟即使是翻譯作品，也可以讓台灣讀者稍微了解日本讀者的口味，並提供出版社及其編輯作為參考，評估是否可以將這些書引進台灣。

這次介紹的書，是紀伊國屋 2003 年全年度所有門市、加上網路書店銷售量的科學普及讀物榜首。我的說明參考了日本亞馬遜網站與其他報章雜誌的相關介紹與書評，以及三浦俊彦（和洋女子大學教授）在《讀賣新聞》專為此書所寫的介紹。

書名：It Must be Beautiful : Great Equations of Modern Science

日文譯名：《美しくなければならない》

中文暫譯：《不可不美麗—現代科學的偉大方程式》

作者：Graham Farmelo

譯者：齊藤 隆央（藤井 昭彦校閱）

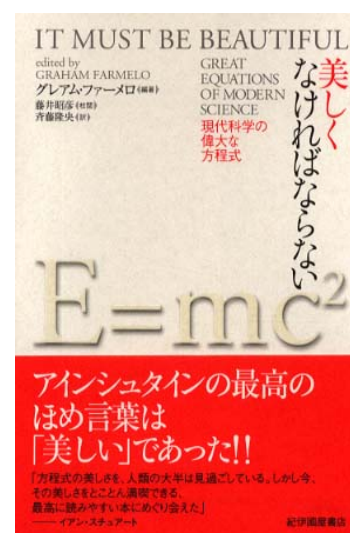
出版社：紀伊國屋書店

出版日期：2003 年 5 月 26 日出版

頁數：430 頁

價格：2625 日圓

ISBN：4314009373



本書目錄：

- 非革命家的的革命—愛因斯坦的方程式與量子能
- 六分儀的方程式— $E = m c^2$
- 愛慾、美感與薛丁格 (Erwin Schrödinger) 的波動方程式
- 神奇的魔法—狄拉克方程式 (Paul Andrian Maurice Dirac)
- 以位元分割資訊—夏濃方程式 (Claude Shannon)
- 活在最美好的時代生—邏輯映射
- 生命的方程式—闡明進化的數學
- 關於環境的傳說—莫里納和駱嵐 (Rowland、Molina) 的化學方程式與氟氯碳化物問題
- 天空的鏡子—杜瑞克方程式 (Frank Drake)
- 再次發現重力—愛因斯坦的一般相對論方程式
- 藏身幕後的對稱性—楊密爾斯規範場論方程式 (Yang-Mills)。

以方程式介紹 20 世紀的科學

許多科學普及讀物爲了讓讀者盡量讀得愉快，又不覺得艱深，所以，會盡量避免使用數學式子。不過，本書恰好反其道而行，利用數學式子貫穿整本書，藉以建構 20 世紀的簡易科學史。本書挑選了代表 20 世紀科學之「美」的方程式，並由各種領域的專家執筆。除了物理學之外，書中也有關資訊、環境等等應用科學的豐富內容。實現網路與行動電話技術的夏農方程式、說明了天氣爲何難以預測的渾沌理論的邏輯映射、影響生物進化的賽局理論、對臭氧與氟的關係提出警告的化學方程式……等等。本書也提及這些數學式子的誕生過程或是背後不爲人知的秘辛，讓讀者從其他角度認識解釋原子能量的 $E = m c^2$ 、薛丁格波動方程式、狄拉克方程式、廣義相對論、規範對稱方程式等等著名的方程式。

此書也和其他科普書籍一樣，主要還是希望讀者了解，數學或科學並不只是異於常人的天才閉門鑽研的學問，實際上，在大家的生活周遭，不論現代科技甚至國家政策，其實都隱含著數學與科學。

《讀賣新聞》的書評提到：「然而科學文明的誕生究竟是進化的必然結果，或者只是偶然？第九章的電波天文学杜瑞克方程式恰好能讓讀者思考這個問題。杜瑞克方程式用來大致推測在地球之外還有多少行星可以發展文明，並不是探究自然法則的『美麗方程式』，算是書中唯一的例外。文中也介紹了某些科學家否定杜瑞克方程式的意見，全文充滿獨特的張力。本書提到杜瑞克等人提出的地球外文明探查計劃，讓讀者有機會好好地反省所謂的『文明』。人類只知道地球的文化，在希望提出極致的理論闡明萬物的必然性之餘，更應該懷著對奇蹟和偶然的敬畏之心，持續追尋真理。」

專家教授們對於此書都是大表讚賞，似乎也有不少讀者是因爲這些權威的介紹而購買此書。但是，有位讀者在網站上表示，身爲數理的外行人，實在看不出這些方程式究竟美在哪裡。日文版的書皮上寫著：「愛因斯坦最棒的讚美詞是『真美！』」，極有吸引力的標題也吸引不少讀者購買。可惜，對於一般人來說，除了 $E = m c^2$ 之外，大概都不記得或不知道其他的方程式，而本書並沒有在每一篇的開頭都明白地列出方程式，不易讓非數理〔尤其量子物理〕領域出身的讀者讀懂，他們又懶得自己逐一查出各個方程式，結果一路霧裡看花。如果每一篇都先列出方程式的話，就可以讓讀者以自己的審美直覺感受到「原來如此！果然很美！」，同時，如果可以讓方程式支撐文章的內容，那麼，文章讀起來才會更有趣。網路上的讀者大致反映翻譯和校閱品質都很好，只是文章好像明顯分爲兩種：真的很有趣，或者真的很乏味。風評較佳的篇章包括「神奇的魔法」、「以位元分割資訊」、「活在最美好的時代」、「生命的方程式」、「關於環境的傳說」。

第七卷索引

編輯部

- HPM 相關

HPM 隨筆（三）：2004 勾股定理的『非常』遐想 7(1)

為教師而寫的溫柔數學史篇 7(5)

數學與人文社會的對話：一個 HPM 的進路 7(7/8)

- 數學史

『盈不足術』與老鼠穿牆的「恩怨情仇」7(1)

老課題 新視角 —評查有良等《傑出數學家秦九韶》 7(11)

- 數學哲學

數學、哲學與美學的交會 7(10)

- 論文摘要

HPM 在課堂上的應用：以「三角函數」教學活動為例 7(7/8)

數學史融入無窮等比級數的教學 7(7/8)

從 HPM 角度談高中數學人才培育計劃 7(7/8)

一個 HPM 行動研究者的反思 7(7/8)

- 邏輯

數學雜談（三）--從邏輯談起 7(9)

- 代數

數學符號的演進—以「 $\sqrt{\quad}$ 」為例 7(1)

十九世紀美國數學的減法演進 7(2/3)

埃及分數與分數啓蒙的關係 7(4)

- 數論

阿基米德牛群問題(The Cattle-Problem) 7(2/3)

- 幾何

一位高中女生的數學才氣 7(2/3)

用向量來看圓系 7(5)

曲線下面積學習單的設計 7(5)

- 機率與統計

數學雜談（二）--從機率談起 7(4)

- 人物

從楊振寧 v.s 李政道談起 7(4)

追憶謝志雄教授 7(1)

克萊因』與我 7(9)

八卦萊布尼茲 7(10)

欣聞 Siraisi 老師榮獲 George Sarton 大獎 7(11)

集繪畫與數學於一身—法蘭契斯卡 7(11)

- 研討會

洪萬生教授來訪心得 7(1)

訪港紀要 7(2/3)

「亞太地區」HPM 2004 研討會圓滿閉幕 7(6)

一場 HPM 的嘉年華會 7(6)

參加「歷史、文化與資訊時代的數學教育」國際研討會會後心得 7(6)

「歷史、文化與資訊時代的數學教育」國際研討會心得感想 7(6)

參加「歷史、文化與資訊時代的數學教育」國際研討會有感 7(6)

HPM 2004 Uppsala 記事 7(7/8)

參加「歷史、文化與資訊時代的數學教育」研討會的論文摘要與心得 7(7/8)

在 HPM 中與大師們相遇 7(7/8)

HPM 2004 瑞典之旅 7(9)

參加 2004 年『清大科學史研習營』心得 7(10)

- 書籍評論與介紹

數學史與數學文化研究的一個有價值的著作 7(2/3)

新書櫥窗：《數字邏輯 101》、〔HPM 論文摘要〕 7(6)

《數學：確定性的失落》譯序 7(9)

Archimedes: What Did He Do Besides Cry Eureka? 7(10)

《圓的歷史：數學推理與物理世界》 7(10)

《千萬別恨數學》 7(11)

《阿草的葫蘆—文化活動中的數學》、《阿草的歷史故事》、

《阿草的數學聖杯—探尋無所不在的胚騰》、《阿草的數學天地》 7(12)

《打開魔數箱》、《愛上數學》、《生物數學》 7(12)

It Must Be Beautiful 7(12)

- Information

台灣數學教育學會籌備會公告 7(1)

新到雜誌資訊 7(4)

HPM 論文集目錄 7(6)

『《算數書》與《九章算術》及其劉徽注』研究團隊招募 7(7/8)

美國數學協會「學生數學史論文比賽」 7(11)

徵求論文 7(11)

- 網站

HPM 網站大公開：convergence 7(5)

1. 要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至suhui_yu@yahoo.com.tw
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校聯絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京工業大學）

英國劍橋：李佳燁（李約瑟研究所）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇意雯、蘇慧珍（成功高中） 蘇俊鴻（北一女中） 陳啓文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中） 蕭文俊（中崙高中） 郭慶章（建國中學） 李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中） 謝佩珍、葉和文（百齡高中） 彭良禎（麗山高中） 邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工） 林裕意（開平中學）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中） 林旻志（錦和中學） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中） 吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中） 鐘啓哲（平南國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中）

新竹縣：洪誌陽、李俊坤、葉吉海（新竹高中） 陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中） 洪正川（新竹高商） 陳春廷（寶山國中）

台中縣：洪秀敏（豐原高中） 楊淑玲（神岡國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）

台南縣：李建宗（北門高工）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）

金門：楊玉星（金城中學）

馬祖：王連發（馬祖高中）