HPM通訊

第六卷 第七期 目錄(2003年7月)

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
主編：蘇惠玉（西松高中）助理編輯：楊瓊茹（台師大數學系研究生）
編輯小組：蘇意雯（成功高中）邱靜如（北市實踐國中）唐書志（北市百齡中學）蘇俊鴻（中山女高）洪秀敏（豐原高中）洪誌陽（新竹高中）陳鳳珠（北縣中正國中）謝佳叡（台師大數學系）林倉億（服役中）黃清揚（北縣福和國中）葉吉海（內壢國中）陳彥宏（台師大數學系研究生） 林旻志（台師大數學系研究生）陳啓文（中山女高）彭良禎（麗山高中）王文珮（桃縣青溪國中）
創刊日：1998 年 10 月 5 日　每月 5 日出刊
網址：http://math.ntnu.edu.tw/~horng

又一批數學史 /HPM 的生力軍！

台師大數學系　洪萬生教授

六月份又是一個豐收的季節！過去兩三個月來，台灣全島籠罩在 SARS 的陰影之下，見證了疾病 vs. 社會的複雜與曲折。所幸，我們的數學史與 HPM 學術活動，並未受到多少影響。到六月底爲止，我們總共有七篇碩士論文問世！其中有三篇主題是『中國明清數學史』，另外四篇則是『韓國數學史』。請先介紹這些論文的作者與題目如下：

楊瓊茹，《明代曆算家周述學及其算學研究》；

陳彥宏，《清代算學家安清翹之《矩線原本》內容分析》；

林旻志，《清代算學家張作楠及其算學研究》；

洪宜亭，《從《籌解需用》看洪大容的數學與實學思想》；

李建宗，《朝鮮算學家・慶善徵《默思集算法》初探》；

林肯輝，《書計瑣錄》之內容分析》；

周宗奎，《黃胤錫《算學入門》探源》。

由於這些研究主題，都是有關明清數學史與韓國數學史研究藍圖的一部分，因此，它們的價值與意義，我們或可稍作解說。楊瓊茹研究『周述學』與鐘啓哲研究『吳敬』（預計最遲在明年一月份完成），無疑彌補了我們對於明代數學史學的不足。在中國數學史學界，明代這個時期（明末除外）一向有如棄嬰，數學史家很少積極地解讀它的歷史意義。比較例外的，是程大位及其《算法統宗》的研究，不過，這乃是多虧了此一文本與常民或商用數學及其計算工具（算盤）之密切關聯。其實，在明末以前，吳敬的《九章算法比類大全》、王文素的《算學寶鑑》、周述學的《神道大編曆宗算會》以及程大位的《算法統宗》，乃至於顧應祥的《勾股算術》等書，可以稱得上是明代重要的數學文本。如今，通過精細的研讀，絕對有助於我們掌握明代數學的發展之輪廓。相信我們編輯一本搜羅完善的明代數學史論文集，已經指日可待了。

另一方面，明代數學的全面性了解，即使只限於數學文本的分析，也對於我們解讀韓國數學文本，帶來莫大的便利。這是因爲十七世紀以後，韓國現存文本所呈現的數學發展，深受中國明清數學影響，所以，明清兩代數學文本的掌握，可以爲我們釐清中韓的數學交流，

乃至於朝鮮半島在哪些面向上做了轉化進而有了自主性發展。

如此一來，我們鼓勵研究生繼續精讀清代數學文本，尤其是那些從未受史家青睞的次要角色如安清翹 (1756-1829) 與張作楠 (1772-?) 的著作，當然極有歷史研究意義，因爲他們在會通中西時所面對的問題，部分也出現在韓國當代數學家身上。所以，一塊一塊地『聯結』這些清代數學風貌的個別圖案，我們遲早一定可以刻劃清代數學的完整輪廓。可見，上述陳彥宏與林旻志的碩士論文，以及葉和文、王錫熙即將分別完成的屈曾發、梅啓照之研究（預計今年八月完成），都是二十一世紀中國數學史學不可或缺的基本功夫。

在韓國數學史的研究方面，葉吉海的《李朝世宗時期的朝鮮算學》(2002)可謂碩士論文之先驅。緊接著，上述洪宜亭、李建宗、林肯輝以及周宗奎的研究，則是直接解讀韓國數學文本，並賦予『在脈落』(in context) 的解釋。預計到今年八月底之前，我們還有機會增列孫梅茵、楊玉星、謝佩珍與蕭文俊的碩士論文。到時候，我們對於十七－十九世紀韓國數學發展的知識系譜，已經可以掌握大半矣。我相信這是我們對於韓國數學史學、乃至於整個世界數學史學的貢獻。而這正是由台北市公館地區一個校園角落一群研究生所完成，尤其難得的，是有很多在職的中學數學教師，他（她）們的傑出表現，爲了本土的教師專業發展，平添了許多佳話。

台中有一位精機廠老闆說：我們默默地耕耘了五年，沒想到一下子竟然走到世界最前列。旨哉斯言！我們心嚮往之！

不朽的科學史家 I. Bernard Cohen

桃園縣立青溪國中　王文珮老師

從哈佛大學榮譽退休的著名科學史家柯恩（I. Bernard Cohen），於今年（2003 年）6 月 20 日逝於麻州家中，享年 89 歲。柯恩是美國在科學史研究領域中的先驅之一，而大師的謝世，無疑地造成了此一領域的莫大損傷。本文將摘錄自 George Smith 轉寄給 Judith V. Grabiner 關於柯恩辭世的訊息及其生平事蹟，其中的內容是由 George Smith 與 Everett Mendelsohn 所合撰完成。在此，我們將回顧一代大師的生平與著作，藉此感念他一生爲科學史界所貢獻的心力。

柯恩在科學史上研究的主題極爲廣泛，涵蓋了科學革命中的重要圖像，以及千年以來歷史上的重要人物。其中，以對牛頓的研究最爲精深。柯恩與拉丁語學家 Anne Miller Whitman（1984 年逝世）共同合作編纂牛頓以拉丁語寫成的《數學原理》(*Principia Mathematica*)，成爲自 1729 年以來第一次完整翻譯的英文版本。本書在 1999 年出版時，柯恩爲此寫道：「我期望自現在起的數十年後，當我和我的其他著作皆被人遺忘之時，此書仍舊能夠對學者及學子們有所助益。」由此可見，柯恩對此書有著高度的重視。

柯恩生於 1914 年 3 月 1 日美國長島的 Far Rockaway。十五歲自紐約的哥倫比亞初級中學（Columbia Grammar School）畢業。他曾經兩度成爲紐約大學的新鮮人，但時間都很短暫。

之後，柯恩便進入賓州的福吉谷軍事學院（Valley Forge Military Academy）。柯恩於 1933 年成爲哈佛大學的新鮮人，自此，他便長期地待在哈佛大學裡爲學術奉獻心力，直到 1984 年他退休爲止。甚至在退休之後，他仍舊繼續在 Harvard Extension School 裡爲大學生們開設課程及專題討論，一直持續到 2000 年。充份展現柯恩在學術界中退而不休的精神。

柯恩於 1937 年取得數學學士學位，1947 年成爲美國第一位科學史博士。柯恩在哈佛大學的教書生涯始於 1942 年，在此其間，歷經第二次世界大戰，他將教授海軍人員物理和數學的密集教學經驗，引進校園的學習。從 1946 年起，他爲大學生及研究生開設科學史的課程，擔任長達二十年的大學課程規劃職務，並實際在學系中從事協助改造課程的進行。

從 1948 年起的四十年中，許多的研究生在柯恩以及他首任妻子 Frances Davis Cohen（1982 年逝世）的悉心指導和鼓勵之下，完成博士論文的撰寫。因此，在 1984 年柯恩退休之際，一群柯恩的學生及同事們共同發行了一冊書 *Transformations and Transitions in Science*，表示對他的敬重之意。此書的編輯 Everrett Mendelsohn 是柯恩長久以來的同事，也是他先前所指導的博士學生。

1940 年代，柯恩與哈佛校長 James Conant 一同共事，柯恩協助哈佛大學建立通識教育的課程規劃，他也爲大學生開設 “Nature and Growth of the Physical Sciences” 的課程。後來，通識教育取代了核心課程，他所開設的課程 “Scientific Revolution” 相當受到學生的歡迎。1959 年出版的《新物理之誕生》（*The Birth of a New Physics*）一書，便是他在教授非科學領域的大學生時所撰寫的著作，此書被廣爲譯成中、荷、法、德、希伯來、義、波、西、瑞典等各國語言的版本。在 1970 年代，台灣引進所謂『新數學』(SMSG) 時，本書曾以 PSSC（美國新物理課程）叢書翻譯成中文。

在 Crane Brinton 與 George Sarton 的建議之下，柯恩的第一本著作 *Benjamin Franklin's Experiments and Observations in Electricity*，造就了他的博士論文。由原始論文計畫的概述，漸漸成形爲一本 600 頁的巨著 *Franklin and Newton, An Inquiry into Speculative Newtonian Experimental Science and Franklin's Work in Electricity as an Example Thereof* 發行於 1956 年。他撰寫了許多有關於富蘭克林以及早期美國科學家的事蹟，如：*Science and American Society in the First Century of the Republic* (1961)、*Science and the Founding Fathers* 以及 *Science in the Political Thought of Jefferson, Franklin, Adams, and Madison* (1995)。

柯恩於 1957 年與身兼歷史學家及哲學家的 Alexandre Koyre 一同加入新澤西州普林斯頓的高級研究院 (Institute for Advanced Study)，致力於完成編輯牛頓《數學原理》（*Principia Mathematica*）各個版本的集冊，除了三個發行的版本之外，還包含了原始手稿、牛頓個人對書中的註解。但因 Alexandre Koyre 於 1962 年陷入病榻，在二年後不幸辭世，編輯的重責便落在柯恩的肩上，此時幸能得到 Anne Whitman 的協助，多達 900 頁的集冊終於在 1972 年出版。

柯恩在他六十年的學術生涯中，出版了超過二十本的著作，在廣爲流傳的期刊上發行的文章也有 150 篇以上。他在《科學美國人》(Scientific American) 發表的 13 篇文章，都觸及自 1948 年到 1992 年間的各式主題，如富蘭克林、牛頓、達爾文、Stephen Hales、Christopher Columbus 與南丁格爾 (Florence Nightingale)，以及他與愛因斯坦過世前不久的會談內容。

雖然，柯恩的研究主要著眼於牛頓以及早期美國的科學發展，仍有其他領域受其青睞。在 1960 和 1970 兩個年代裡，他參與哈佛的 Seminar on Science and Public Policy。因此，他的焦點漸漸地從自然科學轉向社會科學與行爲科學，在 1994 年出版的 *Interactions: Some*

Contacts between the Natural Sciences and the Social Sciences. 他最後一本著作 *The Triumph of Numbers* 的手稿，在他過世的前一週才寄達出版社。

柯恩曾擔任美國科學史學會 (History of Science Society of the United States) 以及國際科學史與科學哲學聯合會 (International Union of the History and Philosophy of Science) 的主席，亦是科學社會史期刊 *Isis* 的總編輯。除此之外，他曾任美國科學與藝術學院 (American Academy of Arts and Sciences) 和美國科學促進會 (American Association for the Advancement of Science, AAAS) 的副主席。他也是紐約科學院 (New York Academy of Science) 的終身榮譽會員、Royal Science of Arts、Royal Astronomical Society、British Academy、國際科學史學院 (International Academy of the History of Science) 等學會的會員。

柯恩生前所受之榮耀繁不勝數。他得到 Brooklyn Polytechnic Institute、George Washington University 以及 University of Bologna 的榮譽學位，並分別於 1974 與 1986 年由美國科學史學會頒贈 George Sarton Medal 以及 Pfizer Prize 的獎項，1998 年 Harvard Graduate School of Arts and Sciences 授予 Centennial Medal 獎章。

在七月三日於麻州萊星頓市（Lexington）的 Follen Community Church 舉辦了一場禮拜儀式，哈佛大學也為柯恩的殞落進行追悼會，人們將會永懷這位科學史界的不朽偉人。

高中數學教師推薦高中學生課外讀物

蘭陽女中 陳敏皓老師

“*Access is the king, content is the king.*”（容易取得是關鍵，內容決定一切。）這是《商業周刊》（BUSINESS WEEKLY）第 808 期所闡述的一個重要觀念，筆者想引用此段話來當文章的開頭。以下所介紹的書籍都是學生所容易取得的，更重要的是內容是非常適合高中學生的。

近年來數學科普書籍日益繁多，國內外許多大學數學系教授為了往下紮根，紛紛出了值得高中學生閱讀的數學書籍，雖然許多所創造出的內容表徵（representation）差異頗大，但是絕大部份都沒有脫離高中數學的學習範圍，因此高中老師就責無旁貸擔任推薦人的角色了，這些書都有一個共同特色就是強調思考歷程，利用數學的方法論來使問題更加嚴謹，期許高中學生能從中學習到更多的數學知識，並且也著重數學歷史背景與人文架構，[1]讓讀者減輕不少閱讀壓力，也藉著數學人文思想方向來省思數學與人類之間的調和關係。筆者目前從事高中數學教育，在課堂上也常推薦許多優良課外書供學生自習之用，本篇文章乃筆者將高中學生所合適的數學科普書籍分年級論述，希望就推薦書籍的內容與歷史層面做簡要的分析與介紹，如果能因此激起高中學生閱讀一些原著的興趣，那筆者就倍感欣慰了。

壹、高一部份

高一上有一部份是討論「無窮等比級數」的概念問題，通常學生是會利用公式$S=\dfrac{a}{1-r}$（S代表無窮等比級數，r代表公比，a代表首項）求解，但由於是第一次接觸到無窮的概念（國中未提），難免無法很快理解真正的意涵，我通常建議學生去閱讀《幹嘛學數學？》中第十八章〈級數的總和〉，作者逐步推論的方式慢慢引導學生去『做』（而非去『想』），讓學生由自己的計算過程中得到需要的「無窮」、或「無限小量」（infinitesimal）的概念，也花一點篇幅述說級數的用途與無窮概念的重要性。[2]

相信教過高一數學的老師們都一定對於學生學習「三角函數」的成果不敢苟同，我想很重要的因素在於目前國三已經刪除「三角函數」這個單元，學生必須在很短暫的時間內學習許多定義、性質，甚至證明，所以若有適當的課外輔助題材，那麼將強化學生學習動機，例如我常推薦學生閱讀《數學的發現趣談》，書中的〈從畢氏定理到餘弦定律〉、〈餘弦定律的追尋〉、〈畢氏定理的故事〉、〈談 Heron 公式〉等單元都是值得細細品味的文章，看蔡聰明教授親切且簡潔的切入主題，讓讀者在不知不覺中便獲得數學知識與常識，書中常用實驗、觀察、猜測、檢驗、證明等方式來述說一個定理或性質，將整個探索過程，匯流而成一個數學支流，進而貫通整個數學領域。同時，作者的人文素養佳也是本書的特色，他常舉一些名人的數學學習過程來勉勵學子，例如：愛因斯坦（Albert Einstein, 1879-1955）在他的《自傳註記》（Autobiographical Notes）中寫道：

> 小時候，有一位叔叔告訴我畢氏定理。經過許多努力，我自己終於利用相似三角形的道理（作一條輔助線），證明了這個定理。在這個過程中，我發現一個直角三角形的邊與邊之比由一個銳角完全決定。[3]

然而此書也試著用數學家的魅力來澄清一些學習的觀念，例如一般學生最害怕“數學證明”，然而數學家羅素（B. Russell）卻認為：「在數學中最令我欣喜的是事情能夠被證明（What delighted me most about mathematics was that things could be proved.）」，這是一句多麼強而有力的話！

然而除了《數學的發現趣談》這一本好書外，針對高一下學生所學習的〈指數與對數函數〉（index and logarithm function）、〈三角函數〉單元，就不得不提起毛爾教授（Eli Maor）的《毛起來說e》（e：The Story of A Number）與《毛起來說三角》（Trigonometric Delights），先談第一本書《毛起來說e》，書中有詳細的介紹對數的歷史淵源，及創始者蘇格蘭數學家納皮爾（John Napier，1550－1617）的故事，同時說明為什麼納皮爾要創造對數，[4]及對數在數學中的重要性，正如數學史家卡約里（Florian Cajori）在《數學史》(A History of Mathematics)中所言：

> 現代微積分的神奇力量源自三項發明：阿拉伯符號、小數、對數。

可見為學習對數下了最佳註解，所以，當學生閱讀《毛起來說e》前半部後，便可以幫助學生迅速進入學習狀況，書中同時介紹如何「利用對數做計算」（這通常是學生較弱的地方），此外還說明$e=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$的意義與「二項式定理」（binomial formula）的關係，[5]這個地方，大概就需要數學程度較好的學生才能理解。

至於《毛起來說三角》，也是由毛爾教授所寫的。該書是完全針對三角函數所寫的專書，如同《毛起來說e》一樣，它也得到許多數學家與科學史家的讚譽。[6]但是，它絕非是一本三

角學的教科書，作者試著從歷史發展的脈絡下來介紹三角學相關的課題，以及與其他理工學科之間的關係。毛爾教授首先找尋到古埃及的三角測量問題，進而引入「角」、「弦」之間的互換方式，接著讓六個三角函數粉墨登場，待釐清正弦定理、托勒密定理、二倍角公式等後，才真正進入複數平面的世界中，並且詳實引述棣美弗如何利用複數極式來解代數問題（例如：解 $x^5 = 1$）。英國詩人波普（Alexander Pope）曾在他的作品《人的禮讚》中向棣美弗表示敬意：

是誰讓蜘蛛如棣美弗那般精確，

不靠量尺準繩就設計出圖樣？

值得一提的是在閱讀《毛起來說三角》的過程中，作者巧妙地穿插數學史典故，例如：第 13 頁所提的「古埃及的數學娛樂」、[7]第 37 頁的「普林頓 322：最早的三角函數表？」、[8]第 53 頁介紹數學家「雷吉蒙塔努斯」[9]、第 73 頁的「維埃塔與四十五次方程式」[10]、第 104 頁的「打敗牛頓的棣美弗」等，[11]這些數學史資料都是十分引人入勝的。

貳、高二部份

日前有一本針對「機率論」所寫的專書，就是由弘智文化所出版的《機率的樂趣》（The Pleasures of Probability），[12]此書很有系統地利用真實生活情況所提供的樣本空間，轉換成抽象概念的數學模式（mathematical model），隨後採用機率理論來解決生活周遭所遇到的難題。同時利用淺顯易懂的文字娓娓道來隨機變數、條件機率、貝氏定理、[13]獨立事件、期望值、馬可夫鍊等重要機率概念，[14]相信學生再熟稔此書之後對於「機率論」必有更深一層的認知，因此，使用《機率的樂趣》來當作學習機率的補充教材，是非常適當的。可惜，作者未能詳述巴斯卡（Blaise Pascal，1601-1665）與費瑪 (Pierre de Fermat，1601-1665) 之間因通信而建立「機率論」的過程，實屬憾事。[15]

另一本介紹敘述統計的專書就是《統計，改變了世界》（The Lady Tasting Tea－How Ststistics Revolutionized Science in the Twentieth Century），光聽書名就曉得這一定是必讀的書，很難以想像統計學能運用在不同領域－物理化學、農業研究、藥物學、臨床醫學、流行病學、製造學、經濟學、品管學、民意調查等，包含之大，令人無法抗拒學習「它」的魅力！學生可以從書中知道標準差的意義、四分位差的重要性、及如何利用敘述統計來進行決策分析。現今人們面臨的敘述統計問題，可利用數學觀念區分成三個面向：隨機（randomness）、機率（probability）、統計（statistics），我們應該先釐訂問題類型而後加以解決之道，可見在高二下所學習到數學知識範疇是非常具有「實用性」。因此，未來科學家將逐漸開始以新的典範（paradigm）來運作，而這些典範就是現實世界的統計模型，在邁入新的世紀之初，幾乎所有的科學都已經轉而運用統計模型了，所有人都無法將統計學這門學問置身事外。

參、高三部份

高三自然組中的數學「微積分」，通常是讓學生又愛又討厭的，愛的是它是如此神奇，居然可以藉著簡單的微分動作（即藉由求導函數以求得切線斜率，或藉此求得函數的極值（極大、極小值），同時，也可以很快算出物體運動時的瞬時速度；討厭的是那些惱人的數學專有名詞與符號體系（symbolism），真是令人吃不消，例如：專有名詞中的可數與不可數（countable and uncountable）、連續性與不連續性、存在性與否（existence or not）、收斂與發散等；符號體系如lim（極限）、∞（無窮大）、∫（積分）、ε（任意小）、∃（存在）、∀（對

於所有)、$\frac{d}{dx}$(微分)等,都會讓學生望而卻步。但是,如果學生能先閱讀《微積分之旅》(A Tour of the Calculus),由作者伯林斯基(David Berlinski)帶領下,緩緩了解微積分組成的基本要素,親近微積分形成的歷史脈絡,從芝諾(Zeno, 490?-430?BC)、笛卡兒(Rene Decartes, 1596-1650)、萊布尼茲(Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-176)、牛頓(Isaac Newton,1643-1727)、白努力(Jakob Bernoulli,1654-1705)、歐拉(Leonhard Euler,1707-1783)、黎曼(Bernhard Riemann,1826-1851)等數學家的貢獻下,始有號稱是「人類奇蹟」的微積分的問世。[16]

高三數學乙下冊中第二章、〈幾何圖形〉,主旨是討論平面或空間的幾何圖形,先從基本圖形出發,進而探討連續圖案,尤其是以正多邊形鋪成平面的「勻稱連續圖案」,學生可以參考《阿草的數學聖杯》的〈學篇〉、〈學篇〉,尤其是〈學篇〉中的對稱(鏡射)、平移、三種運動、旋轉、平移對稱、旋轉對稱、鏡射再鏡射、平面鋪磚等單元都是非常高三社會組學生閱讀的題材,而這些「尋求數與形的規律」,可以透過通性、風格、式樣、花樣、形態、圖像、結構、特色、模式等,或多或少許多規律可尋,而這些廣泛的規則,可將稱之爲「胚騰」(pattern的音譯與意譯)。[17]曹亮吉教授希望藉此書讓學生認識數學、了解數學,進而親近數學、喜歡數學,誠如序言所提:「希望這本書能帶給讀者尋找數學聖杯的喜悅與衝動。」[18]

此外,學生常常問老師一個問題:「老師,爲什麼要學這麼多的問題?」通常我會引用《幹嘛學數學?》封面的一段話:「每三個高所得的工作中,有兩個需要比算術更高深的數學。」如果您覺得這句話的銅臭味太重,不妨引用約翰·納許的一段話:[19]「有人問他,不斷從事學術研究的動力究竟是什麼?納許說:『他的動力來自對事物的無知,這和一般人以工作成就或是金錢收入為動力是不』同的。」」如果你是對數學史、科學史有興趣的同學,你絕不能錯過洪萬生教授的《從李約瑟出發—數學史、科學史文集》,其中幾篇文章都將引導你進入數學史的天地中,[20]一個值得遨遊的新天地!而近年來有關於數學史的專書,就不得不提及《費馬最後定理》(Fermat's Last Theorem),雖然「費馬最後定理」已經於 1995 年由劍橋大學教授安德魯·懷爾斯(Andrew Wiles)證明完成,但是,不論是費馬那本著名的頁邊筆記,[21]或是加羅瓦(Évariste Galois, 1811-1832)的美麗與哀愁的故事,[22]或是懷爾斯教授圓一個小時候夢想的點滴,都是學生可以利用課餘時間欣賞的題材。[23]

至於學生學習數學過程中,有一個數值是最吸引人、最令人忘我就是圓周除以直徑的比率,也就是圓周率π,如果你看過《神奇的π》(The joy of π),你就不得不佩服作者大衛·布拉特納(David Blatner)的深厚數學素養(mathematical literacy)與鉅細靡遺的數學史資料。作者以有趣的方式來陳述數學家對於圓周率π的狂熱,沒有看過此書的人,很難想像有人竟然會花一輩子的精神,去求圓周率π的小數精確位數值;看過此書的人,將對圓周率π另眼相看,它的魅力絕不容小覷。最後再談及《歐幾里得之窗—從平行線到超空間的幾何學故事》(Euclid's Window:The Story of Geometry from Parallel Line to Hyperspace),你可以視它爲小說來閱讀,讀起來既無進度壓力,也無考試的重擔,你可以沏一壺茶或品嚐一杯香濃咖啡,同時神遊在幾何學的世界中,這種享受是言語無法形容的!

總之,“*Access is the king, content is the king.*”高中數學老師在學生學習數學歷程中扮演一個「承先啓後」的角色。現在,我們所擁有的資源遠遠勝過十年前數倍,科普書的內容呈現方面也更體貼讀者。然而,若老師們忽略「介紹課外讀物」的重要性,那麼,學生的眼界

勢必如井底之蛙、目光如豆，同時，容易因爲數學成績的起伏而影響學習動機。另外，我們都太強調學校的「數學教育」，而沒有家庭的「數學教育」，筆者建議你敢快去看《數學小魔女》，[24]作者曾說：「我的數學教育是從爸爸給的謎題開始的，在不知不覺之中，讓我有自信可以解決問題。」相信看完之後，你一定會對家庭的「數學教育」有另一番見解與認知。

附註

1. 例如直角三角形的斜邊稱爲 hypotenuse，原來在希臘文中是「用力拉緊」的意思，可參考《歐幾里得之窗－從平行線到超空間的幾何學故事》第 19 頁。
2. 無窮概念的重要性在求曲線的斜率、及曲線下的面積就凸顯其重要性，詳情可參考《幹嘛學數學？》(Strength in Number) 第 28 章、〈曲線有多斜？〉及第 30 章、〈求得曲線下的面積〉。
3. 參考蔡聰明，《數學的發現趣談》，台北，三民書局，2000 年，第 55 頁。
4. 納皮爾於《對數的奇妙準則》(1614) 中說：「要實際應用數學，我看最大的障礙就是在處理很大的數字的相乘、相除，或者求取二次或三次方根……因此我開始思考，有沒有什麼方法可以去除這些障礙。」,
5. e 的近似値約等於 2.71828，它在數學運算、金融數學、大自然數學中都扮演重要的角色。
6. 例如《大自然的數學遊戲》作者史都華（Ian Stewart）曾評論該書：「對於那些一直想知道三角學的起源、想知道三角有何用途的讀者，這本書可以帶給你許多啓發……」
7. 介紹古埃及人的絕妙數學乘法運算，及一些等比數學問題。
8. 巴比倫人利用泥版記載一些文明活動，現存的 500,000 塊泥版中約有 300 塊左右與數學有關，其中紐約哥倫比亞大學普林頓（Plimpton）編號 322，因爲泥版中有許多「畢氏三數組」而聞名。
9. 雷吉蒙塔努斯（Johannes Regiomontanus,1436-1476）將希臘數學發楊光大，尤其重要的是將托勒密所著的希臘文《大匯編》譯成拉丁文，並於 1464 年完成著名的《論各種三角形》，該書仿歐幾里得（Euclid, 330？-260？BC）的《幾何原本》體例，把托勒密、印度、阿拉伯的三角學做有系統整理。
10. 維埃塔（F. Viéta,1540-1603）一生中只利用閒暇時間研究數學，他把數學當成訓練智力的工具，他著有《解析技巧導論》，爲代數符號的始祖；三角學方面，在 1571 年著有《三角形解法之數學準則》是西方第一人有系統運用三角函數解決平面與球面問題。甚至利用正弦函數（$\sin\alpha$）與代數關係解出四十五次方程式而聲名大譟。
11. 棣美弗（Albraham De Moivre,1667-1754）在機率論、代數與三角學非常有成就，就連在牛頓晚年，有人請教他重力問題時，他曾說：「去問棣美弗先生吧！他比我還懂這些東西。」
12. 機率，有人譯爲或然率，在哲學上有人譯爲蓋然率，不管如何譯法通俗爲佳。
13. Thomas Bayes（1702-1761）是一位英國神學家兼數學家，利用機率的定義與想法，導出貝氏定理，即 $P(A|B)=\dfrac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B|A)\cdot P(A)+P(B|A^C)\cdot P(A^C)}$（A,B 爲機率空間中的任何事件）。
14. 馬可夫鍊是利用事件於單位時間（離散情形）的狀態，運用於長時間的「時間鍊」，故名馬可夫鍊。

15. 針對機率論建立的過程，可參考拙作〈回溯機率小史〉，《人本教育札記》(2003 年 2 月)，第 23-25 頁。
16. 參考伯林斯基（David Berlinski）著、陳雅茜譯，《微積分之旅》，台北，天下文化出版社，2000 年，第 6 頁。
17. 參考曹亮吉，《阿草的數學聖杯》，台北，天下文化出版社，2003 年，第 12 頁。
18. 參考曾政清，〈文化、生活與數學學習－分享《阿草的數學聖杯》〉，《數學新天地》第四期，2003 年 6 月。
19. 約翰．納許（John Nash）生於美國西維吉尼亞州，22 歲獲得普林斯頓大學博士，30 歲被《財星》（Fortune）雜誌列爲新數學明星，31 歲罹患精神分裂症，66 歲獲諾貝爾經濟獎，創立的賽局理論（Game theory）爲世人所重視。
20. 《從李約瑟出發－數學史、科學史文集》中的〈誰發明了代數學？〉、〈從開四次方根談起〉、〈古代中國的幾何學〉等，都是值得細細品味的文章。
21. 費馬在珍藏的古拉丁譯本《數論》（Arithmetica）書中寫道：「除了平方之外，一個 n 次方數不能表示成兩個 n 次方數的和（ $x^n + y^n = z^n$ ），我已經找到了一個非常美妙的證明，然而這裡的篇幅不足以讓我寫下這個證明。」
22. 加羅瓦（Évariste Galois, 1811-1832）在中學時代就展露過人的數學才華，發展出完整的加羅瓦理論（Galois Theory）。他在 1832 年 5 月 30 日與人決鬥身亡，一生的故事宛如一齣美麗與哀愁戲劇。
23. 安德魯．懷爾斯（Andrew Wiles）從小就立志要證明「費馬最後定理」，在歷經 7 年的孤獨奮鬥之後，與兩位摯友的全力協助，終於完成一幅美麗的拼圖，順利證明出定理。
24. 《數學小魔女》一書的作者是 1999 年愛爾蘭、歐洲青少年科學家首獎得主 Sarah Flannery，書的內容非常適合親子閱讀，或對高中女生更有說服力。其中有關「密碼學理論」更是國內高中數學教育所缺乏的。

參考書籍

1. 蔡聰明(2000)，《數學的發現趣談》，台北：三民書局。
2. 曹亮吉(2003)，《阿草的數學聖杯》，台北：天下遠見出版社。
3. 毛爾教授（Eli Maor）(2000)，《毛起來說三角（Trigonometric Delights）》，胡守仁譯，台北：天下遠見出版社。
4. 毛爾教授（Eli Maor）(2000)，《毛起來說 e（e：The Story of A Number）》，胡守仁譯，台北：天下遠見出版社。
5. 伯林斯基（David Berlinski）(2000)，《微積分之旅（A Tour of the Calculus）》，陳雅茜譯，台北：天下遠見出版社。
6. Sarah Flannery、David Flannery(2001)，《數學小魔女》，葉偉文譯，台北：天下遠見出版社。
7. 曹亮吉(1996)，《阿草的葫蘆－文化活動中的數學》，台北：遠哲基金會。
8. 大衛．布拉特納（David Blatner）(1999)著，《神奇的 π （The joy of π ）》，潘恩典譯，台北：商業周刊出版股份有限公司。
9. 斯坦（Sherman K.Stein）(1999)，《幹嘛學數學？（Strength in Number）》，葉偉文譯，台北：天下遠見出版社。
10. 阿米爾．艾克塞爾（Amir D.Aczel）(1998)，《費馬最後定理（Fermat's Last Theorem）》，

林瑞雲譯，台北：時報文化出版社。
11. 李奧納多．曼羅迪諾（Leonard Mlodinow）(2002)，《歐幾里得之窗－從平行線到超空間的幾何學故事（Euclid's Window：The Story of Geometry from Parallel Line to Hyperspace）》，陸劍豪譯，台北：究竟出版社。
12. 洪萬生(1999)，《從李約瑟出發－數學史、科學史文集》，台北：九章出版社。
13. Richard Issac(2002)，《機率的樂趣（The Pleasures of Probability）》，陳尚婷、陳尚瑜譯，台北：弘智文化事業有限公司。
14. 亞伯特．賈夸（Albert Jacquard）(2002)，《睡蓮方程式－學習科學的樂趣（L'Equation du nénuphar－Les plaisirs de la science）》，陳太乙譯，台北：究竟出版社。
15. 薩爾斯伯格（David Salsburg）(2001)，《統計，改變了世界（The Lady Tasting Tea－How Ststistics Revolutionized Science in the Twentieth Century）》，葉偉文譯，台北：天下遠見出版社。

Information

『歷史、文化與資訊時代的數學教育』國際研討會

May 23-28, 2004, Taiwan

Asia-Pacific HPM: History, Culture and Mathematics Education in the New Technology Era

本研討會預定邀請四位國際知名學者為主題演講者。竭誠歡迎國內外專家學者藉此發表相關論文，交流研究心得。此外，我們也將設計多種單元工作坊，讓參與的中小學數學教師、研究生，都能因此而獲得實作的經驗。

贊助單位：行政院國家科學委員會
國立台中師範學院

主辦單位：國立台中師範學院數學教育系

承辦者：易正明主任、林炎全教授

舉辦時間：2004 年 5 月 23~28 日

研討主題：

1) 東亞數學的交流與轉化 (East Asian Mathematics: transmission and transformation)。
2) 歷史及文化在數學教學中的效用：實務性研究 (The Effectiveness of History and Culture in Teaching Mathematics: empirical studies)。
3) 整合數學史、文化與現代教育科技於數學教學 (Integrating History of Mathematics, Culture and Current Educational Technology in Teaching)。
4) 教師專業發展與 HPM (Teacher Profession Development and the HPM)。
5) 資訊時代科技與人文在數學教育的統整 (Issues concerning Humanities vs.

Mathematics in the Information Technology Era)。

論文收件截止：2004 年 2 月 28 日

學者專家論文限以英文撰寫；中小學教師及研究生論文或報告可用中文撰寫，但請提供英文摘要。文長勿超過 20000 字，大會將編印論文集。論文格式不拘，文責自負。

預定邀請國外講員背景簡介：

Fulvia Furinghetti：現任 HPM 主席（任期：2000-2004）。她目前任教於義大利 Genova 大學數學系。除了 HPM 之外，她在 PME 研究群中也頗為活躍，因此，有多篇論文都指向 HPM 與 PME 的結合。

Masami Isoda：任教於日本筑波大學，是國際上頗為活躍的 HPM 學者，2000 年 HPM 研討會主題演講者。他對於如何將 HPM 與網路科技結合，以便改善數學教學成效，擁有非常獨到的心得。

Robert Stein：原任教於美國 California State University, San Bernardino 大學數學系，現在已調往華盛頓 D. C. 參與 NSF 的 HPM 研究工作。他是國際上極為活躍的 HPM 學者，2000 年曾來台北參加研討會，目前擔任 HPM 美國地區主席。

Jan van Maanen：上一任的 HPM 主席（任期：1996-2000）。他目前任教於荷蘭 Groningen 大學數學系。除了數學史的專業研究之外，對於 HPM 如何結合數學教育的實徵研究，也深入研究並指導博士論文。

報名期限：至 2004 年 3 月 31 日。

註冊費：學者專家 1000 元；研究生與中小學老師 500 元。

國立臺中師範學院數學教育系

地址：台中市民生路 140 號
電話：(04)22263181-223 分機
(04)22200818
傳真：(04)22200818

關於本研討會後續消習，歡迎隨時上網或電話、傳真查詢！

1. 要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 **suhui_yu@yahoo.com.tw**
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請**e-mail**至**suhui_yu@yahoo.com.tw**
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：**http://math.ntnu.edu.tw/~horng**

我對『間接證法』的反思

台師大數學系畢業生 王香評

在『數學哲學』的課堂上，洪老師曾指定了一項作業：「證明√2 是無理數，並說明此一方法為何有效？」我想若被問及：「√2 是無理數怎麼證？」大部分的人直覺反應是：用反證法！當然我也是大部分的其中之一。

最早接觸反證法來作數學證明，是在高中的時候。當時用以熟悉反證法的練習例題，除了「設n為整數，且n^2為 3 的倍數，則n也是 3 的倍數」此類的命題以外，另一種典型的練習正是「√2 是無理數」的證明。回顧證明的過程，其開頭必定有一小句不可或缺的文字：「假設√2 不是無理數」，緊接著，就會出現「所以√2 可表示成最簡分數」，等這些例行的準備工作都完成以後，就可以展開一連串的推理，最後得到與「最簡分數」的矛盾。根據這個矛盾，引用邏輯上『否逆命題』與『原命題』同義 (或等價) 的觀念，得到「√2 非無理數」的假設是錯的，於是，由排中律推論出：√2 就是無理數。證明並非難事，但「此一證明何以有效？」完全是個新的反思，答案可能也因人而異、見仁見智了。

若我們細想反證法的證明過程，它算不算是「間接證法」（the Indirect Proof）呢？從字面上來解讀，『間接』證法是相對於『直接』證法而來的。想證明「√2 為無理數」，很自然會先問自己：「那無理數是什麼？」，而我們的腦袋通常很難不回答：「無理數是『不能』表示成分數的實數啊！」或許是基於這樣的內在想法，及感知到能夠從邏輯系統的理論中得到有利的工具，於是，不從正面證明「√2 為無理數」，而拐了個彎，改證明「√2 不是無理數」這件事是錯的，也就是：從「√2 可表成最簡分數」的假設出發，展開論證。我想，也許是如此避免長驅直入的證明，才使我們在認知上將之賦予「間接」的涵義吧！

對於間接證法，Hans Freudenthal 在他的 *Mathematics as an Educational Task* 中，提出了不同的看法。他並不覺得以上如「√2 為無理數」一整套的證明過程，符合了間接證法的精神，因為他認為：“The direct way to prove that something does not happen is to assume it does happen!”，並以「兩直線為平行線」的例子，來闡述他的看法。

要了解他對間接證法的觀點為何，首先得同意下列兩點：(1) 命題『$p \to q$』與它的否逆命題『$\sim q \to \sim p$』是等價的。進一步說，任何命題都能轉換為否逆命題的形式呈現出來；(2) 兩平行線可以定義為『不相交』的兩直線。若設「兩直線不相交」為敘述 p，「兩直線平行」為敘述 q，因為「不相交→平行」等價於「不平行→相交」（即 $p \to q$ 等價於$\sim q \to \sim p$），想得到兩直線平行的結論，需先證明直線不相交（敘述 p）。事實上，經過等價關係這層巧妙的轉換以後，利用直線相交（$\sim p$）的假設，來展開證明是一個很直接的想法，並沒有間接的意味，這也就是 Hans Freudenthal 在他的書中所提到的：『The direct way to prove that something does not happen (不相交或 p) is to assume it does happen (相交或~p)』，因此，他宣稱：類似這樣的證法不能視為間接證法！

同樣的論述套用到「√2 為無理數」的證明，「√2 不能表示成最簡分數的數→√2 為無理數」等價於「√2 為有理數→√2 可表示成最簡分數」，所以，欲證√2 不能表示成最簡分數 (something does not happen)，改以假設√2 可以表示成最簡分數 (to assume it does happen) 是一個『direct way』。

Hans Freudenthal 這樣的觀點似乎透露了：「原命題與否逆命題的等價性」反而讓證明本身失去了「間接」的意義了。這讓我重新檢視了原本總以為等價性正是間接證法最有力的本

錢的想法。那麼，Hans Freudenthal 心中真正的間接證法是什麼模樣的呢？他提出了 [0,1] 閉區間的 Bolzano 定理證明來說明，先將欲證的結論「必有一零根」加以否定，也就是：假設對於在 (0,1)開區間所有的實數，其函數值均不為 0，接著進行論證、得到矛盾（詳細證明過程在此略過不提）。值得注意的，是我們使用連續函數的性質作為工具，並利用已知 sup 的概念來製造矛盾的衝突，於是得知假設是錯的，從而肯定了「必有零根」的結論。

歐幾里得早在《幾何原本》中即使用間接證法，其第一冊命題六為「底角相等的三角形，其兩腰相等」，歐幾里得的證明是先否定兩腰等長，推論後由命題四（SAS 全等性質）得到「the whole is equal to the part」 的矛盾，因為他在『公理五』(common notion 5) 中，明確指出：“The whole is grater than the part.” 我們若比較這些例子，便可以體會到間接證法中，結論的否定與所用以產生衝突的觀念兩者之間的關係，是要好好掌握的部分。如何製造這個衝突點，使具有強大的力量「扭轉」大膽否定的局勢，我想是間接證法具挑戰性的風格與精采之處吧！

朝鮮算學家・慶善徵《默思集算法》初探摘要

台師大數學系教學碩士班　李建宗

東算（朝鮮算學）在 17 世紀中葉以前，雖然都是以引入中算為學習對象，但修改（modify）與同化（assimilation）中算，進而導致原創（original）和獨立（independent）自主發展的過程，卻是成為形成東算另一個重要因素。

慶善徵著述他的《默思集算法》時，雖然和《算學啓蒙》同樣以「門」來做分類，並有多「門」名稱和題目內容相同，但他並非一味地抄襲。相反地，慶善徵是在吸收、消化了《楊輝算法》、《算學啓蒙》、《詳明算法》與《算法統宗》等
中算內容後，再以自己認為合適的方式，去編寫《默思集算法》。而在編寫本書時，雖然題目內容引自上述四本中算，但在算法上，卻提出不同見解的解法，譬如一題兩解或者三解的體例特色，更顯示出慶善徵具有多方面思考的數學能力。
而本書中，雖然不使用「天元術」，但並不意味著慶善徵不懂「天元術」。相反地，他將原本《算學啓蒙》使用「天元術」的題目，改編或重新定義法則而變成不需使用「天元術」。甚至，他在〈加減乘除門〉中，亦有利用將所求「借為一數」（即假設未知數）的觀念，來幫助解題。而整本書中，慶善徵亦都不使用籌式圖式來幫助解題。

在另一方面，慶善徵的著作《默思集算法》、《詳明數訣》（已佚）等書，亦
對十七、十八世紀的東算產生深遠的影響，例如在崔錫鼎（1646-1715）所著的《九數略》參考書目中，唯一引用的一本東算書籍，就是《默思集算法》並且在〈古今算學〉中，近世「中人」算學者，唯一被稱許的「術士」，就只有慶善徵。另外，在趙泰耉（1660-1723）的《籌書管見》中，所稱的「東國明算者」中，除了慶善徵是一「術士」之外，其他都是「儒家明算者」的身分。而在洪大容（1731-1783）所著《籌解需用》中，《詳明數訣》被引用當成參考書目。因此，慶善徵的算學成就和著作，在東算形成的準備期，確實有其深遠的影響。

畢業感言

台師大數學系教學碩士班　李建宗

參加學長、姐和同學口考時，總是期待著，自己何時才會變成主角？當然主角要換人做做看，自己總得不斷提醒著自己，要如何在工作和學業上做妥當安排呢？尤其去年暑假回學校後，未被通知情況下，接了一大堆職務，害得原本計畫又得從新調整，而當時的心情真是沮喪到了極點。

一股「韓流」而起，也跟著大伙選定一本十七世紀朝鮮算書《默思集算法》開始研讀，而十七世紀朝鮮文字是韓文嗎？當然不是，如果是的話，我想我們這一批研究朝鮮算書的人，大概都打退堂鼓了，那文獻參考資料是否一樣都是韓文呢？那也不盡然，因爲川原秀城教授和金永植教授都提到這一領域研究的人很少，再加上指導教授洪萬生老師亦提及韓國人不怎麼喜歡研究朝鮮數學史，並且不斷的鼓勵下，自己就下定決心跟隨著「韓流」風而起。

而兩年前剛開始讀「文本」時，挫折感真的很大，沒有句讀的文字、以古文寫成數學式子的文字敘述、朝鮮時代的一些用語，以及「中朝文本」交叉比對等，對我而言，都需更多時間進入狀況。因此曾幾何時，筆者也正式加入夜貓一族，在夜裡輾轉難眠，獨自的思索與工作，不過這樣並未得到滿意的解答，反而受到閉門造車之苦，還好洪萬生老師有先見之明，在週末開了古文研讀班，讓筆者這數學史新手，有機會觀摩別人研讀和心得報告的狀況，並有機會可以請益，而自己也從中學習到不少。除此之外，最重要就是洪萬生老師隨時提醒和指導，更加讓自己進入狀況，到後來開始撰寫論文時，並適時的提供修正意見，讓我不至於迷失了方向，而有越來越倒吃甘蔗的感覺，並能順利完成論文。

這三年來南北奔波的日子，總算熬過來了，這一路要感謝的人太多了，如果沒有洪萬生老師適時提供修正意見，我想論文是不可完成。家人的鼓勵，更是讓我下定決心不放棄的最大動力。而這三年來除了二十四位研究所同學和「洪門」弟兄提攜外，也要感謝一路上幫助我的人，尤其城地茂教授、佳珍、宜憫、層峰、育靜、文賢、美華和文嘉。謝謝你們，我的家人、師長和朋友們。

《明代曆算家周述學及其算學研究》摘要

台師大數學研究所碩士班 楊瓊茹

本論文主要探討明代曆算學家周述學及其輯撰的《神道大編曆宗算會》一書。一般來說，談論到明代的算書，總認為相較於宋、元時期所高度發展的算學成就，明代的算學發展是呈現停滯、衰退的情形。並且，在重視輝煌成就以替數學造廟的意義下，明代算學往往被視爲中國傳統算學研究的禁區。然而，這樣一把直線式評量的尺，不僅顯示出對當時社會背景的忽略，也落入輝格式(Whiggish)以今衡古的歷史觀。

目前，數學史家對於周述學及其算學著作，尚未全面性研究，比較引起注意的只有《神道大編曆宗算會》中的〈名數論〉和「三角立尖圖」。前者被中國數學史家認爲是鮮明唯物

論觀點，而後者則被李約瑟放在微積分的主題下，說明十六世紀中國算學家對堆積小單位體積的注意。其實，在深入分析《神道大編曆宗算會》的內容之後，上述的說法是有待商榷的。同時，我們也發現《神道大編曆宗算會》在其脈絡所清楚展現的意義與特色。因此，明代曆算學家周述學及其算學著作，可以說是我們考察明代算學風貌的極佳對象。

為此，本論文先從《神道大編曆宗算會》一書的歷史脈絡談起，包括當時的社會背景，以及書院、國子監、欽天監等學術環境。緊接著，便是作者周述學的生平介紹。由於此人一生不曾當官，布衣而終，但《浙江通志》、《國朝獻徵錄》、《明史》、《疇人傳》仍記載他的生平事蹟。可見，周述學絕非是名不見經傳的人物。甚至明末大儒黃宗羲也曾替周述學立傳，同時對他讚譽有加，這顯示此人是絕對值得注意的。其次，筆者將針對《神道大編曆宗算會》每一卷的內容深入分析，使讀者能對此算書的整體數學知識有一個細緻的瞭解，同時希望透過進一步的分析，能給出《神道大編曆宗算會》此一文本 (text) 在其脈絡 (in context) 的說明。

「從《籌解需用》看洪大容的數學與實學思想」內容摘要

桃園內壢高中 洪宜亭老師

十八世紀朝鮮英、正二祖期間，正值清朝乾隆盛世，外受來自各國不同方面的刺激與影響，內有朝鮮中期後半段文化復興新萌芽的基礎，許多優秀的文人學者輩出。另一方面，在歷經了兩次的戰亂與黨派之爭，國家陷入極度的凋零與不安，再加以社會結構的急遽變化，更是造成民心浮動的主因，也因此要求改革的呼聲與日劇增。此時，針對稅制、軍制、役法等各項積弊也紛紛提出了改革之道，因此，以經世致用為基礎的實學思想也因應而生。實學儼然為朝鮮後期社會經濟變動的產物，也可以說是特殊的社會經濟狀況所衍生的特殊思想。實學者一方面對於官僚體制、土地制度、奴婢制度做全面的批判，一方面也對社會危機提出改革方案。朝鮮的實學大致可區分為三個學派，即注重政治、社會、經濟等諸般制度之考究與改革的「經世致用派」，和注重工商業、生產技術之考究與改革的「利用厚生派」，以及注重經書、金石、典故之考證的「實事求是派」。在朝鮮實學的發展歷程中，尤其以「北學派」（或稱為「利用厚生學派」）的思想最為前衛與革新。不僅在十八世紀以後，儼然成為朝鮮實學的中心學派，同時，也一舉躍昇為朝鮮實學的主導地位。

而在這一片「北學中國」的風潮之下，洪大容（1731～1785）身為北學派的重要人物之一，曾經以隨行使的身份出使北京，不僅對於北京行沿途所見所聞詳實的加以記錄，也常常流連於琉璃廠書肆，並與當時的文人嚴誠、陸飛、潘庭筠等人結識。最值得一提的，莫過於冒著生命的危險參觀當時的北京觀象臺，一睹嚮往許久的天文儀器。洪大容在北京歸國後，針對實學與自然科學提出了許多論點，不僅在朝鮮當時深具影響力，一直到現在，還是有很多人在研究他的實學與自然科學思想。雖然如此，對於洪大容唯一的數學著作《籌解需用》，在這股研究洪大容實學的風潮中，卻成了漏網之魚，乏人問津。因此，筆者特別針對《籌解

需用》一書做深入的分析。在論文的第三章，將《籌解需用》一書分編做詳細的介紹與分析。並且在第四章中，再將《籌解需用》的內容結構與體例做歸納式的說明，並且將《籌解需用》中所引用到的主要參考書目和《籌解需用》做一對比。

本論文對於洪大容的研究焦點，從一般人所熟悉的實學與自然科學思想，轉移到他的數學觀。一方面希望能透過對於《籌解需用》的深入分析探討，認識朝鮮實學思想家－洪大容的數學觀。另一方面，也希望透過不同於已往的數學面相，了解洪大容的數學與實學思想的連結。

畢業感言

桃園內壢高中 洪宜亭老師

要畢業了，心情真的是五味雜陳。這一路走來，承蒙許多同窗的提攜與鼓舞，還有親人的支持與肯定，才得以在白天忙碌的學校教學生活之後，還能打起精神，一字一句地，將論文內容逐步呈現。回首這一段埋首書堆，絞盡腦汁寫論文的日子，從一開始有如瞎子摸象般的亂無頭緒，在經過幾個月的研讀文本與廣泛的閱讀之後，漸漸地找到了論文的初步輪廓。雖然這只是小小的一個改變，但是，對於當時苦無方向的我而言，卻是萬分的感動與鼓舞。一直到能隨自己的意思掌控論文進度的時候，我也很清楚地明白，論文的呈現已是指日可待的。

通過論文口試之後，常被同學問到「論文是如何完成的」，希望能提供他們一些經驗以資參考。以過來人的身份，我想用「水到渠成」四個字來描述這段歷程，應該會很貼切。已經不太記得整個過程的細節，只記得當初很認真的爲自己擬訂了一份「論文月計劃書」，此後，在沒有時間壓力的時候，就放鬆心情，廣泛地閱讀，同時將初步的結果歸納與心得，化成文字，一一地輸入電腦。一旦有計劃上的時間壓力時，就儘可能地要求自己，將完成的初稿再統整一次。就這樣，在一次又一次的拼湊與統整中，很自然的就擺脫原先的片片段段，論文的整體架構也漸漸地具體呈現。因此，對於目前仍努力於論文寫作的同學們，我想只要大家學習當一名稱職的農夫，除草、播種、施肥、澆水每個過程都很認真的去完成，接下來，就可以滿心期盼地等待收割了。

一份碩士論文的完成，是對於自己能力提升的一大肯定。但是，這篇論文的誕生，卻也絕非一人之力可以完美呈現的。要在，要感謝我的論文指導教授洪萬生博士，由於他的教導與引領，才讓這篇論文可以順利完成，老師，謝謝您。當然，也要感謝左台益教授與林炎全教授熱心地指教，爲本論文的完稿提供許多修正的方向。最後，要由衷地感謝家人的支持，外子鼎勳在電腦問題上，毫無怨言的協助，以及愛女思淇的貼心懂事，讓我得以全心全意投入研究領域，完成一直以來的夢想，謝謝你們！