

# HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）  
 主編：蘇惠玉（西松高中） 助理編輯：楊瓊茹（台師大數學系研究生）  
 編輯小組：蘇意雯（成功高中） 邱靜如（實踐國中） 唐書志（百齡中學）  
 蘇俊鴻（新店高中） 洪秀敏（新竹高中） 洪誌陽（新竹高中）  
 謝佳叡（台灣師大數學系） 林倉億（台師大數學系研究生）  
 陳鳳珠（台師大數學系研究生） 黃清揚（台師大數學系研究生）  
 葉吉海（台師大數學系研究生） 黃哲男（台師大數學系研究生）

創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- 「韓國數學史討論班」工作報告
- 從一封函札看中韓儒家明算者的交流
- 墨西哥遊記
- 墨西哥城行後感
- 數學郵票中的歷史風華
- 利用「驢橋定理」探討國中教師之數學教學
- 網站介紹

## 『韓國數學文本討論班』工作報告

台灣師大數學系 洪萬生教授

本討論班於今年四月成立，開始兩週一次三小時的韓國數學文本研讀，現在終於有了初步的成果了。茲將這四個月來我們已經 / 即將完成的論述，向大家做個報告。我們總計撰寫了下列論文：

- (1). 洪萬生 (2001). 〈十八世紀初東算與中算的一段對話：洪正夏 vs. 何國柱〉（投稿中）。
- (2). Horng, Wann-Sheng (2001). “An Eighteenth-Century Sino-Korean Dialogue on Mathematics: He Gouzhu versus Hong Chong-ha”, presented to the XXIst International Congress on the History of Science (第二十一屆國際科學史大會), July 8-14, 2001, Mexico City. (本文是上一篇的英文摘譯版)
- (3). Horng, Wann-Sheng (2001). “Sino-Korean Transmission of Mathematical Texts in the 19<sup>th</sup> Century: A case study of Nam Pyong-gil’s *Kugo Sulyo Tohae*”, presented to the XXIst International Congress on the History of Science, July 8-14, 2001, Mexico City.
- (4). 洪萬生 (2001). 〈朝鮮儒家讀九章：以趙泰苟〈九章問答〉為例〉，將提交第九屆國際中國科技史研討會 (The Ninth International Conference on the History of Science in China), 10/9 – 10/12, 2001, 香港城市大學。
- (5). 楊瓊茹等 (2001). 〈南秉吉《九章術解》之研究〉。
- (6). 蘇意雯 (2001). 〈從一封函札看中韓儒家明算者的交流〉。

上述第(3)篇論文，主要討論南秉吉 (1820-1869) 的《勾股術要圖解》(*Kugo Sulyo Tohae*) 中對『勾股術』的研究成果。由於南秉吉在韓國數學史上的位置相當重要，所以，我們一開始就選定他作為研究焦點。譬如，我們討論班即將合撰完成的〈南秉吉《九章術解》之研究〉，其中花了很多力氣在版本的校勘上，就是希望能因此更貼近十九世紀韓國人的數學心靈。

其實，我對南秉吉的興趣，完全是去年在整理多年前所複印的《無異解》所引發，此一文本收入金容雲主編的《韓國科學技術史資料大系·數學篇》(1985)，是二十世紀九零年代初我在清華大學人文社會學院圖書館『無意』發現的——當然，也可能是出自黃一農教授或研究生許進發的提醒。當時，我應邀固定每週四，前往歷史研究所講授『科學史』與『數學史』，因有從容的時間得以瀏覽那一所收藏非常豐富、經營管理卻十分現代化與人性化的圖書館。記得我翻閱《無異解》時，只覺得作者南秉吉對『天元術』與『借根方』的比較，是

個值得注意的數學史問題，沒想到此一文本卻在十年後，打開了我們團隊研究韓國數學史的契機。

去年八月以前，我爲了在本系承辦的『數學千禧年：歷史、文化與教育』國際研討會 (HPM 2000 Taipei Conference, August 9-14, 2000) 中提交論文，特別先撰寫了〈《無異解》中的三案初探：一個HPM的觀點〉(《科學教育學刊》第八卷 (2000) 第三期：215-224)。後來，提交大會報告的論文：“Sino-Korean Transmission of Mathematical Texts in the 19<sup>th</sup> Century: A case study with Nam Byung Gil’s *Vu Yi He*”，就是前篇論文的英文修訂版。筆者這兩篇研究報告，對於台灣科學史學界而言，大概可以算是一項創舉吧！其實，我們企圖打開的視野不僅止於韓國文本，也在於HPM的特定關懷。至於學界的反應，倒是無暇計及。有趣的是，去年應邀參加HPM研討會的朴星來 (Park Song-Rae) 教授，今年七月在墨西哥研討會與我碰面時時，向我與金永植 (Kim Yung Sik) 教授提及他在韓國報紙上發表訪台感言時，曾引述了我們的韓國數學史研究，結果，根據他的說法：整個韓國閱聽大眾完全沒有反應！

無論如何，到目前爲止，我們這個團隊關於韓國數學史的研究報告，即將有八篇之多，可以說已經爲韓國數學史，乃至韓、中數學交流之研究，打下了良好的基礎。現在，我們又有多位研究生（含教學碩士班研究生）打算加入此一研究隊伍，預計在兩年內，我們可望完成《韓國科學技術史資料大系·數學篇》的十冊文本之初步研究工作。此外，我們也將參考金永植 (Kim Yun Sik) 論文 — “Problems and Possibilities in the Study of the History of Korean Science” (*Osiris* 13 (1998): 48-79) 所提示的進路與問題意識，規劃更大野心的研究綱領，譬如中人階級與韓國數學專業化的關係何在，又如朝鮮實學思潮與東算之形成關係何在等等，都將是我們在兩年後全力以赴的主題之一。

另一方面，我們也打算與俄羅斯數學史家 Alexei Volkov (目前專攻越南數學史) 等人合作，以韓國 vs. 中國、越南 vs. 中國，甚至於印度 vs. 中國等等的個案研究爲例，共同來開發數學文化之交流 (transmission) 與轉換 (transformation) 的歷史價值與時代意義。但願我們的研究成果，不僅惠及國際數學史學 (historiography of mathematics)，同時也在更寬廣的面向上，觀照了 HPM！

(附照片) 我與金永植合照於墨西哥科學史大會會場



# 從一封函札看中韓儒家明算者的交流

台灣師大數學所博士班 台北市立成功高中 蘇意雯老師

## 一、前言

一五九二年豐臣秀吉（1536-1598）出兵侵略朝鮮半島，對韓國造成了極大的衝擊，因此朝鮮知識份子開始關心政治。他們不但對舊秩序的原則多所批判，也提出了替代方案。這一群以實用和實證為觀點的知識份子開創出一個嶄新的時代，是為代表近代韓國文藝復興運動的實學派。至於從李朝（1392-1910）後期十六世紀中葉到十九世紀中葉，這三百年間的知識活動，則稱為韓國歷史上的實學期。

史家金容雲、金容局（1978）認為造成實學派啓蒙活動的直接契機可分為西學和北學。所謂西學，就是歐洲的科學技術以及基督教等西洋的衝擊。至於北學，即是清代物質文明的研究取向。由於李朝原視明朝為宗主國，因此當明朝滅亡時，韓國也對清廷有不共戴天之反感。但是在看到康熙、雍正、乾隆所塑造出清代文化的精粹，這種崇明排清的正統主義立場，已被積極攝取如此偉大文明的現實主義所取代。所以在進貢途中也有不少士大夫隨行，這些赴燕使對清朝文化的東傳，貢獻卓著。另外，還要加上士大夫對於內部的關心，那就是以科學的方法，展開關於朝鮮學的研究。這是因為朝鮮民族受到了武力的侵害，以及外來優越文明的雙重刺激，所激起韓國文化的自覺。

實學派的活動可分為三期。第一期是十八世紀前半，以土地制度、行政機構等制度上的改革為重點的「經世致用派」時代。第二期是於十八世紀後半，在工商業流通的生產器具以及一般技術面上的革新，是「利用厚生派」的時代。至於十九世紀前半的第三期就是「實事求是派」的時代，以經書、金石、典故的考證為主。本文主要聚焦於第三期，希望藉由一封函札，從中探討出中、韓學人的文化交流梗概。內文之主人翁為算學家徐有壬，以及被譽為集清學之大成的第一人—金正喜（藤塚 鄰，1975），此封信札可為清儒與李朝學人之密切互動的最佳例證之一。

## 二、徐有壬生平簡介

徐有壬（1800-1860），字君青（或鈞卿），浙江烏程（今湖州市）人。道光八年舉人，三十歲（道光九年，1829年）中進士，歷任戶部主事、布政使等官職，1858年督辦江南軍營糧台，旋任江蘇巡撫。1860年蘇州城被太平軍攻破，徐有壬殉死任所。

徐有壬為人耿介端方，不苟言笑，除了崇尚程朱之學外，也於算學上深造自得。他「精於推步」，醉心西學，是1830-1880年間的晚清八大算學家之一，與羅士琳、項名達、戴煦、顧觀光、夏鸞翔、鄒伯奇和李善蘭並享盛名。在三角函數、反三角函數的冪級數展開式上，尤其有相當出色的表現（洪萬生，1999）。徐有壬在督辦江南軍營糧台及江蘇巡撫這段期間，與融會中西，著述頗豐的李善蘭有極密切的交往，當蘇州城危急之際，李善蘭「先一日出城，倉皇走上海」，銜徐有壬之命像向國請兵求援。不幸功敗垂成，救兵未到而蘇州城已破，徐有壬舉家忠烈殉死。後世對於徐有壬之政績或許評價不一（洪萬生，1999），但他在數學上的成就卻是無庸置疑的。

## 三、徐有壬致金正喜之函札

茲先引述本函札原文如下：

有壬頓首

秋史仁大先生執事：日昨東琛入貢使者劉用先三兄貴到

盛賜十件，再拜當楣銘謝無已。詢悉

先生道履綏和，甚慰私頌。有壬自束髮從師，側聞長者緒論，耳

先生之名非一日矣。徒以關山阻隔，未得一識

荊州，方以緣慳為恨。忽焉而

寵賜之頒，出於意外。正不知蚩蚩賤名何以得達於

左右，又不知誰為此過情之譽，致

先生誤聽而誤信之。蓋在

先生為好士若渴之誠，在鄙人則不免受寵若驚，且驚而至於或也。

有壬自十五歲以前讀十三經，粗畢甫讀史記，而

先君子見背，時人遂授以速化之術，誘以利祿之塗，致不能耽心經史，迄用無成，至

今思之悔恨無及。徒以性之所好，稍究心於聖門六藝之學，而禮樂淵微，射御久佚，

僅於六書九數之粗淺者，窺見一二，暇日姑以自娛，初不敢出以問世。自己丑（道光

九年）以後，一行作吏，此事久荒，早已置之無可如何之地。昨歲有友人問算，因錄

數條就正，而此友遽付之梓人，殊非良工不示人以璞之意，況本非良工，何璞之有？

徒以成事不說，不能不聽其流行以供萬世之嗤笑。茲寄一本呈

政伏祈

斧削，寄示以開茅塞，幸甚幸甚。至於生平之志願，嘗以為孔子之謂聞人者，太史公

以呂不韋當之，班固以王莽當之。每一念及，未嘗不通身汗下，故凡著書以立名，而

不免為呂氏春秋之類。砥行以立名，而不免為王莽謙恭之類，皆鄙人所甚不願。然而

清夜自勸，其所謂操守氣節，不能不色厲而內荏也。其所謂學問文章，不能不道聽而

塗說也，而且有鄉愿之似是而非，有鄙夫之患得患失。有時而飽食終日，無所用心。

有時而群居終日，言不及義。以此自省自訟，無一事不得罪於聖門。迴憶 先師姚鏡

塘先生，所講求而砥礪者，已如隔世。尚曷足稱於

大君子之門哉？乃不意溝澮之盈，意有不虞之譽，致好士如

執事，亦遠賁而獎飾之，是重吾聞人之懼也。願

先生有以教之幸甚。 先師姚鏡塘先生，躬行實踐，不欲以著述名。門弟子輯其遺書

而梓之，今其板藏於家，距京師三千餘里，頗不易得。容俟購來再行寄上，茲先呈四

書藝兩冊，亦足見其一斑。至同門鄧守之，落拓不偶，久不得其音耗，足見有壬近日

沉浮郎署，德不加修，業不日進，致見棄於故人，即此是其明驗矣。外附秦刻九經兩

函，劉禮部集一函，四元玉鑑三冊，白鶴山房詩詞六冊，友蓮詩詞一冊。聊將寸芹之

敬伏乞

哂存是幸。四元玉鑑一書，久已無問津者，有壬嘗以己意步為細草，尚似不失古人之

意，聞江南有好事者，已將此草付刻，有壬尚未及見。異日當呈

教正。其中艾草一門，即郭太史堞積招差之遺法，別錄一紙以塞明問。招差之法，所

該尤廣，凡西人所謂六宗三要、大弧小弧、弦矢切割互求之術，舉可以此術馭之。有

壬所刻測圓密率三卷，大旨不出乎此。相隔數千里，恨不能面罄所懷。因貢使東還之

便，輒布區區伏希

教督有壬謹啟。

#### 四、藤塚 鄰的解讀

有關清朝文化如何東傳朝鮮，日本的藤塚 鄰博士有相當深入的研究。在其著作《清朝文化東傳の研究—嘉慶・道光學壇と李朝の金阮堂》（1975）中，對當時兩國學者魚雁往返的情形，更是多所觀照。至於前述之函札，他也提出了「在脈絡」的看法。因此以下的篇幅，筆者嘗試翻譯藤塚 鄰對此文本所做之解讀，以饗讀者。

先是金正喜（又號阮堂）聽到徐有壬（字鈞卿）這個人物特別於算學上有所長，就寫了一封情意深長的書札，請求他的贈書、並加上十件禮品、當劉用光入燕時，就委託他傳達與鈞卿。鈞卿亦久聞阮堂的盛名、正也是私下心儀，這時不免喜出望外，就直接寫了封回信，除了答謝他的盛情外，也吐露身世、並且贈送了數本著作。這是他的原蹟家藏、文字非常的端嚴，鈞卿的風格如在目前。

第一段敘述在接到阮堂的來函，沒想到受其賞識，真是又驚又喜，就娓娓陳述衷曲。第二段關於他立志於算學之路的說法。第三段對於「自己的著作，受阮堂的認同，且蒙阮堂函索」一事，表達了既雀躍又惶恐的心情。第四段說明有關生平志願、自我反省警惕，在追求虛名方面，亦有所陳述。第五段追憶先師姚鏡塘、並且贈送他的著作「四書藝」兩冊。第六段是關於同門鄧守之的部分，這大概是阮堂知悉與他的父親酉堂有深交的鄧守之和鈞卿為同門，對於鈞卿特地打聽鄧守之的消息，表示致意吧！

第七段敘述了鈞卿贈送給阮堂的書目：秦刻九經兩函，劉禮部集一函，四元玉鑑三冊，白鶴山房詩詞六冊，友蓮詩詞一冊。秦刻九經是秦鏞所刻「秦氏巾箱本九經」，其內有音讀無注，內容為易三、書四、禮記六、周禮六、春秋左傳一七、孝經一、論語二、孟子七卷。阮堂得到劉逢祿的劉禮部集，細讀其今文學大為傾倒，又從書中其子所附「先府君行述」中得知他「于諸甥中，喜趙振祚」，因此特別注意到劉逢祿的外甥趙振祚這個人。後來偶然在李蕩船出示阮堂自畫的歲寒圖上，看到趙振祚在上面題詩作頌，相當驚喜。至於徐熊飛的白鶴山房詩，可從阮堂自筆的藏書目錄得見。

第八段特別對於四元玉鑑一書加以說明。根據上述，鈞卿作四元玉鑑細草、江南的好事者，好像在他不注意時印刻出來，這與羅茗香的四元玉鑑細艸二十四卷（收錄於觀我生室彙稿內）到底有何關係？有待日後之考察。關於道光十八年，阮堂贈與鈞卿《算學啓蒙》這件事，可在道光二十四年（譯按：似應為二十五），張穆在阮堂的歲寒圖上的題詩自注中得見。同年阮堂在寄與汪孟慈手札（所謂海外墨緣）中、並列了羅茗香、沈俠侯和徐君青（即鈞卿）等人名、所謂的「精深孤詣、夙所寤想」已如所述。

#### 五、金正喜與中韓學術交流

金阮堂是通曉清朝學術精髓的經學大家。要了解李朝時，韓、中學術之交流情形，就不得不對其人加以了解。因此，接下來的篇幅，請容許筆者扼要『紹介』金阮堂。金正喜（1786-1856）字元春，號秋史，又號阮堂。家出慶州名族，是金魯敬（酉堂）的長子。他聰敏好學，有四方之志。當聽聞朴楚亭的燕行經驗後，不禁心生嚮往，遂以詩名志：「慨然起別想，四海結知己。如得契心人，可以為一死。日下多名士，艷羨不自己。」他認為東國無可交知士，因此翹首等待入燕時機。終於在清嘉慶十四年（1809）十月，有機會隨同父親入燕。當時金阮堂二十四歲，酉堂四十四歲。由於早年從朴楚亭那兒對清朝的碩學鴻儒心儀以

久，故阮堂此行最主要之目的就是晤訪這些名流，而他在中國停留的一段時間裡，確實結交了不少學者，也奠定了彼此間尺牘往來、文籍贈答的基礎。

金阮堂回國後的三十年內，仍與清學界保持聯繫。在他的門生中，最傑出的首推李鴻船。后者博學多才，文望日隆，隨貢使入燕達十二次。所交往的對象，也都是巨卿通儒。阮堂於道光二十年(1841年)五十五歲時，因連坐被謫放到濟州島。李鴻船在老師濟州謫居的時候，常常寄贈書籍以慰其寂寥。阮堂感其情誼，自畫歲寒圖送給鴻船，時年五十九歲。鴻船在同一年隨冬至使入燕，隨身帶著此圖。隔年在故友所辦之宴會上向眾賓客出示，並請在座的客人題讚。在這些文辭中，不但對阮堂遭遇寄與同情，也欽佩他的高風亮節，更對師生情誼多所稱道，為清、韓的海外墨緣再添佳話一椿。

## 六、結論

從上所述，可知中、韓儒家明算者的交流，多以函札、書籍形式藉著貢使入燕之便交換智識。這些學者彼此間聲氣相通，在知識圈內形成一個巨大的人事脈絡。以中國來說，從十九世紀初到 1840 年鴉片戰爭為止，數學家治算逐漸走向專業化。他們相互間多有密切的關係，或為師生、或為學友，往來頻繁，儼然自成一種研究社群或團體。因此，在充分吸收了中、西算的精華之後，也能開始有所創新。在朝鮮李朝方面，有心從事文化交流的赴燕使，一旦能夠進入如此延伸廣大的學術社交圈中，自然有頗多斬獲。雖然在傳統上，韓國總被視為「文化入超國」，但其實從十八世紀以來，在吸收中國數學精髓的同時，韓國數學也逐漸出現「轉化」的風貌(洪萬生, 2001a)。更淺顯的說，朱世傑的《算學啓蒙》亡佚多時，也是藉由金正喜之手，才得以重現中國。事實上，到了實學末期，韓國數學研究的風氣愈來愈盛，此時儒家明算者的經典古算書傾向已不復見(金容雲、金容局, 1978)；或許是出自富國強兵之危機意識，數學也開始被視為獨立的科學。於是，出現了韓國史上最大規模的數學時代，為韓國數學自主發展，提供了穩固的根基。

## 參考文獻

- 洪萬生 (1993).〈談天三友焦循、汪萊與李銳：清代經學與算學關係試論〉，收入洪萬生主編，《談天三友》(台北：明文書局)，頁 43-124。
- 洪萬生 (1999).〈「書呆子」算學家—江蘇巡撫徐有壬〉，收入洪萬生，《孔子與數學》(台北：明文書局)，頁 271-283。
- 洪萬生 (2001a).〈十八世紀東算與中算的一段對話：洪正夏 vs.何國柱〉(待刊稿)。
- 洪萬生 (2001b).〈從一封函札看清代儒家研究算學〉(待刊稿)。
- 金容雲、金容局共著 (1978).《韓國數學史》，東京：楨書店。
- 藤塚 鄰 (1975).《清朝文化東傳 研究—嘉慶·道光學壇 李朝 金阮堂》，東京：國書刊行會。

# 墨西哥記遊

台師大數研所博士班 蘇意雯

## 一、緣起

還記得去年開學不久，就聽洪萬生老師提起，第二十一屆國際科學史研討會將於 2001 年七月在墨西哥召開。但真正下定決心成行，是在今年四月底。由於全家同行，且由筆者負責所有行程規劃，因此從那時起就展開一連串緊鑼密鼓的準備工作。

墨西哥對國人而言，相信是一個充滿神秘色彩的國度。雖然她的旅遊資源相當豐富，但申請觀光簽證所必備的文件卻頗為繁複。首先要有符合固定格式的英文形式在職證明，另外還要有墨西哥來回機位訂位紀錄、參加會議證明、旅館訂房紀錄、銀行存摺正影本，由於有小孩隨行，因此還須準備英文的 18 歲以下孩童隨同書。等一切證件齊全後，接下來便需要本人親自辦理。墨西哥商務辦事處位於台北市世貿國貿大樓，只在上午受理。由於人數不是很多，因此負責人員可以有充裕時間一一面談，與辦理美國簽證隊伍之冗長恰成強烈的對比。觀光簽證所須的工作天數是五天，效期為一個月。拿到了簽證，墨西哥之旅就即將真實地在眼前展開。

## 二、與會感想

從台灣搭機到墨西哥，最方便的方法就是搭乘聯合航空經由舊金山到達墨西哥。由於筆者先在洛杉磯停留，因此無法和洪老師同行。但是抵達墨西哥機場時，卻又驚喜地巧遇老師正為其公子接機。到飯店的路上，老師詳細地為大家介紹墨西哥市市況，讓我們對這個城市有了初步的了解。

接著就是研討會的重頭戲了，此次大會的議題是「科學與文化多樣性」，最讓筆者感興趣的主題是「科學文化的交流和科學語言的形成」(The Transmission of Scientific Cultures and the Formation of Scientific Languages)。這一個時段裡，與會學者討論了〈梅文鼎和中國數學術語的重建〉、〈何種數學在十八世紀經由中國傳入日本〉、〈現代西方數學術語在日本如何翻譯〉以及洪老師的〈十九世紀中韓數學文本的交流：以南秉吉的《勾股述要圖解》為例〉。研討中，筆者發現清代大儒「梅文鼎」之貢獻，無論中外專家皆可朗朗上口，其在中國數學史上所佔之份量，可見一般。在下午的時段裡，Alexei Volkov 博士對中越數學交流研究提出了看法，而洪老師也再次發表〈十八世紀初東算與中算的一段對話：洪正夏 vs.何國柱〉，數學文化交流的問題，引起參與學者的熱烈討論。老師前瞻的眼光，充分掌握住數學史學界的脈動，讓忝列「韓國數學文本討論班」一員的筆者，也深感與有榮焉。

## 三、旅遊記實

由於此次墨西哥之旅筆者一行六人，因此在行程安排上，或可說是「以開會之名，行遊樂之實」。除了墨西哥市市區觀光外，我們也參觀了墨西哥著名的金字塔和國立人類學博物館。

墨西哥市市郊東北方，在二千年前便出現了神秘的泰奧提華坎文化，為了崇敬羽蛇神，因此修築了羽蛇神殿和金字塔以榮耀神明。與埃及錐狀金字塔不同的是，墨西哥的金字塔頂端是平台狀，有階梯可通往，作為祭祀之用。看著高達四十六公尺的月亮金字塔，以及高達

七十公尺的太陽金字塔，不禁讓人讚嘆前人的高度文明與智慧。

還記得在簽證面談時，墨西哥官員便告訴我，在墨西哥市千萬別忘了到人類學博物館一遊。博物館內的二樓是民俗學部門，有史料展示。一樓是考古學部門，分成數個展覽室，從人類學的概說開始，展示出古代墨西哥各時期的文化，及其豐富而充滿價值的考古遺物。可惜當天馬雅室暫停開放，無緣一睹此文化之風華。但是阿茲特克室也可讓人流連忘返，尤其能親眼得見著名的「太陽之石」，也就是俗稱的「阿茲特克曆法石」，心中真是莫名的欣喜。「太陽之石」（如附圖）描繪第五個太陽時，地球當代的面貌和象徵。其舌頭是一把黑曜石小刀，飢餓地伸出來，表示需要人血和心臟的滋養。臉上的皺紋顯現其年邁，而象形符號表示它的運轉。除去它所傳達令人毛骨悚然的訊息之外，「太陽之石」具體表現出進步的天文知識，這是阿茲特克人繼承數千年以前，比他們更早居住在墨西哥山谷的文明民族之成就。



#### 四、尾聲

此次的墨西哥之行，筆者自覺除了智識上的充實外，眼界也開闊不少，實在可說是一次心靈的盛宴。在亞洲國家中，日本團的聲勢最為浩大，到日本留學的李佳嬋學妹也列名其中，他鄉遇故知，自有一番熱絡。至於台灣有數名學者與會，很高興地遇到了曾擔任筆者碩士論文口試委員的清大徐光台教授，也再次受到老師的指導。參加研討會，不僅可得知國際學界最新的研究趨勢，看到各國專家勤奮積極的治學態度，對自身也是一種啓發與鼓舞，這是最大的收穫。



### 墨西哥城行後感

東京大學科學史研究所碩士班研究生  
李佳嬋

始於當作給自己一個見學機會的初衷，在今年的盛夏七月上旬，「第二十一屆國際科學史研討會」(The XXIst International Congress on the History of Science) 舉辦地的墨西哥城 (Mexico City)，留下了我首訪的足跡。

這次會議計有五十八個國家、共六百多位學者參加，其中包括地主國所佔人數最多，鄰

近的美國位居第二，接著是歐洲的法國、德國與西班牙。此外，俄羅斯和亞洲的日本亦不在少數。議程也出乎我想像的包羅萬象，不過，礙於時間上調配的困難和其他因素，我只能參與自己最關心的議題，以科學、數學知識傳播的內容為主。主辦大會亦安排了各種的活動，從藝文欣賞到酒宴聚餐，還有當然不能放過來到歷史古蹟名勝的探訪，因此，才感到一週的時間其實並不算長。我所認識的與會者中，特意延長至二、三週打算好好度個假的亦大有人在--似乎以懂得享受人生間名的歐洲學者群居多。

如此一來，在參加議程與活動的同時，和世界各地學者們直接交流的機會增多，除了能夠略知與會的專家學者目前所做的研究方向和關注的研究課題之外，從談話之中，也不期而遇地有新的靈感和啟發之斬獲，特別是平時只能透過研讀其書籍和論文做間接認識的學者，其中不僅包括歐、美、俄等國，連在日本、台灣都很少碰得上面的教授，更是難掩那一絲仿若膜拜偶像的心情。記得印象最深刻的，莫過於跟美國的 P. G. Abir-Am 女士打招呼時，有如見其艱澀難解的論文一般的緊張感。事實上，我剛在學期中負責過一篇關於二十世紀分子生物學上分子形質轉換的報告，主要參考的論文作者就是她。對我這樣一個初學者而言，能夠和來自各國的學者共聚一堂，並親睹大會盛況，實在是難得的機會與寶貴的經驗。

參加這個四年一回的學術盛會，除了必要的報名手續之外，最重要的，還是為了必須能在學期中順利「出走」且不致危及學分，與各選修課教授作好事前的溝通。在此特別感謝東大的老師們，讓我提前把課內發表結束，等與會後再提交期末報告的許可，儘管這樣一來新學期的課業益發集中而繁重。另外，更要向我的指導老師佐佐木 力教授（從繁複的簽證手續以來的大力協助），學者兼恩師洪萬生教授（及其公子），台灣師大數研所博士班學姐蘇意雯（闔家），以及其他多位學者教授致上我最深的謝意，沒有您們在與會期間給予的關照和幫助，我絕計不可能有如此豐富的收穫之墨西哥行。

## 數學郵票中的歷史風華

台灣師大數學系 洪萬生教授

Stamping through Mathematics

By Robin J. Wilson

vii + 126 pp

Springer-Verlag New York, Inc. 2001

ISBN 0-387-98949-8

誠如『副題名』所述，本書通過郵票來解說數學史（An illustrated history of mathematics through stamps）。在本『書名』中，作者巧妙地利用了動名詞“stamping”，頗能點出數學（史）家的閒情：『票』郵（游）數學王國之中！

本書作者 Robin J. Wilson 任教於英國開放大學（Open University），對於數學知識普及一向極為關心，也因此，他在數學史方面也有相當多的著述。自從一九八四年以來，他一直為 *Mathematical Intelligencer* 撰寫〈郵票一隅〉（Stamp Corner）專欄，相信很多讀者都留下深刻的印象才是。

其實，利用郵票來裝飾數學史論述，尤其是充當教學用的著作，始終有畫龍點睛之妙。例如 Victor Katz 的 *A History of Mathematics: an introduction* 就是很成功的嘗試，在該書中，

作者運用了八十五張郵票，不僅帶來閱讀的趣味，同時，彷彿也提供了一點歷史的臨場感覺。

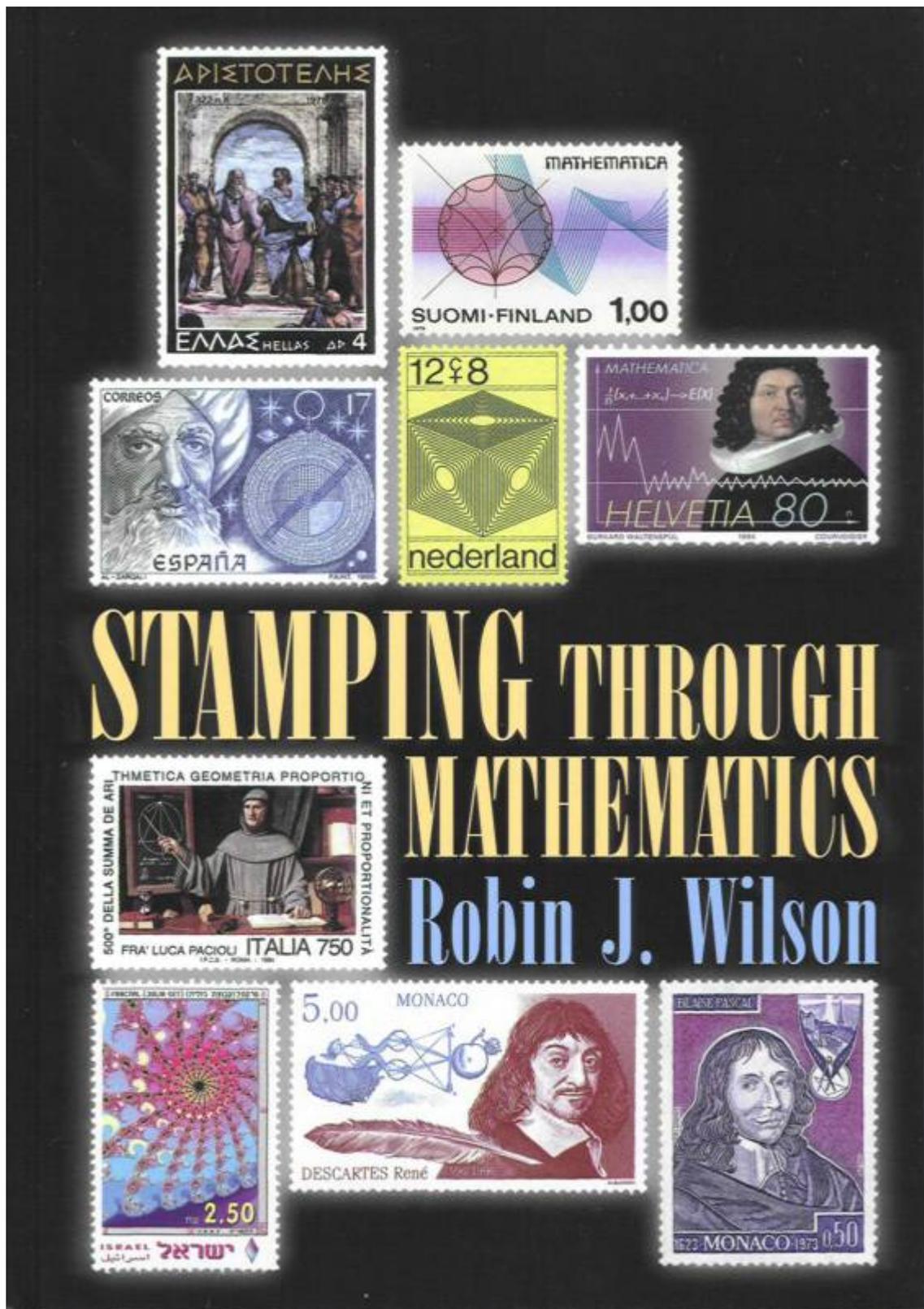
顯然，郵票在 Katz 的數學史著作中，只是插圖的一部份而已。然而，到了 Wilson 的這一本書中，郵票卻一躍成了主體。如此一來，順序如何安排，以及是否有足夠多的郵票來滿

足數學史『敘事』

(narrative)，就叫人費煞思量了。儘管如此，作者卻還能『端』出五十五個單元來，並在每一單元中布置六到八張郵票，再輔以每單元一頁的文字解說，為我們拼湊出一個尚稱完整的數學史圖像。

換句話說，本書的編排是依年代敘事，然後再將相關的人、地、物或事鋪上時間軸。所謂的『人』，當然主要指數學家如歐幾里得、阿基米德與牛頓，但也包括掀起天文學革命風潮的天文學家哥白尼；『地』涵蓋了如埃及、印度、中國、馬

雅與印加等文明，以及十七世紀之後的法蘭西、新世界、俄羅斯、甚至於柏拉圖學院 (Plato's Academy) 等教育機構；『物』泛指歷史上的數學、天文與物理等專題如希臘幾何、希臘天文



學、地圖繪製、地球、測量儀器、新天文學、曆法、對數、歐洲大陸數學、哈雷彗星、經度等等，也穿插了一些數學有關的藝術、娛樂與遊戲；至於『事』，則列舉了諸如對牛頓『原理』(Mathematical Principles of Natural Philosophy, 簡稱 Principia Mathematica) 的反應、法國與啓蒙運動、法國大革命等著名的歷史事件。所有這些穿插的情節，大都不是孤立的存在，而是前後連貫而成爲一個有機的整體。譬如，『地圖繪製』、『地球』、『測量儀器』等單元就依序緊跟在『大探險時代』之後。緊跟著『法國大革命』單元，則有『幾何的解放』、『代數的解放』與『統計學』。至於再緊接著的『中國與日本』，雖然意在凸顯十六世紀後西方數學

文化的東傳，但是年代順序上卻顯得有一些突兀，是很難討好的處理方式。

不過，我們卻也因此可以看出作者對非西歐數學的傾心。於是，除了中國、印度、馬雅與印加，以及日本之外，阿拉伯（伊斯蘭）數學就佔了三個單元；還有，他也利用三個關於『數學娛樂與遊戲』的單元，來讓這些非西歐文明盡量曝光，以達到東、西方平衡的目的。作者的類似用心，也可以徵之於他對東歐的興趣，以及在本書『目錄』後所安排的十張尼加拉瓜郵票。後者於一九七一年發行，目的在紀念十個改變歷史面貌的數學公式；同時，它們



也清楚地反映了一個事實，那就是：拉丁美洲國家再怎麼貧窮，似乎阻止不了她的人民對普世數學文化的嚮往。

本書還有一個非常重要的特色，那就是：它對數學物理（乃至於物理學）的關注！在古代希臘化世界中，數學與天文學、地理學、（幾何）光學、（理論）力學關係十分密切，阿基米德的很多成就，就是最佳見證。而牛頓與愛因斯坦的不朽貢獻，也不斷在述說數學與物理的不可須臾分離。其實，數學與其他人類創造之關連當然不只如此而已，譬如『數學與藝術』所對比的『數學與大自然』，顯然是更具有啟發性的例證之一。有鑑於此，作者特別安排『二十世紀繪畫』單元來呼應『文藝復興藝術』單元，足見他在教與學數學之餘的閒情與雅致！

最後，在欣賞本書精美的郵票之餘，我們難免點意猶未盡。譬如，作者未曾納入十九世紀下半葉的數學麥加城—亦即柏林與哥廷根—偉大數學家，其損失當不僅止於遺珠之憾而已。事實上，少了這兩個學派的貢獻，十九世紀的數學大概就變得貧乏空洞了。不過，或許德國尚未發行這一方面的郵票，才是最需要歸咎的原因。此外，作者有一些筆觸也失之老套，譬如稱歐洲中世紀為黑暗時代 (Dark Ages)，儘管他將年代段限在公元 500-1000 年之間。總之，作者史識固然見仁見智，然而，他論及英國數學史時，並未呼天搶地地宣洩民族情緒，反倒是留給十八世紀法國更多的篇幅，這種冷靜而高雅的學風，常見於這一代英國學者身上，實在令人折服，值得我們效法！

附記：本文已刊《科學月刊》第三十二卷第八期（2001 年 8 月），特再刊於此，以饗更多讀者。

## 「虛擬的演講稿」

### 利用「驢橋定理」探討國中教師之數學教學

台灣師大數學研究所教學碩士班研究生 宜蘭縣國華國中 吳任哲老師

並不是所有的東西都能被證明，否則證明的過程將會永無止境。證明必須從某個地方起步，用以起步的這些東西是能得到認可的，但卻不是不可證明的。這些就是所有科學的第一普遍的原理，被人們稱之為公理，或常識。  
~亞里斯多德~

首先，請先觀看現今『國中數學課本』中的幾條基本幾何學定理：

- 1、三角形各內角之和等於  $180^{\circ}$ 。
- 2、過直線外一點，可做唯一一條直線與原直線平行。
- 3、平行線間等距。
- 4、圓的理論中涉及圓周角和圓心角的部份。
- 5、兩平行直線間的諸平行線段皆相等。
- 6、泰利斯定理 (Theorem of Thales)：由許多平行線與一直線所形成的諸線段和諸平行線與另一直線所形成的諸線段成比例。
- 7、由泰利斯定理所推演的平面三角學(如正弦、餘弦…等等)。

這些基本定理在國中幾何學中，顯然都有舉足輕重的角色。只要缺少了其中一部份，那麼，整個國中幾何學就搖晃不已。但這些基本定理卻都是由歐幾里得公理所推演來的，可見歐幾里得公理在幾何學中是扮演一個多麼重要的角色。如果我們學校的課本中，不再接受歐幾里得公理，那麼所剩下的是多麼微不足道。換句話說，以目前我們國中的數學教育來看，我們數學教師皆是遵循歐幾里得《幾何原本》的結構來教學，所以身為國中數學教師的我們，能夠不對歐幾里得的《幾何原本》多認識一些嗎？

就如同亞里斯多德所指出的一樣，歐幾里得顯示出了偉大的洞察力和判斷力，他只選擇了五條設準、五條公論（**投影片 1, 2**），卻依然推演出了整個幾何學系統的結構（雖然經後人修改才算有較完整的結構，但不並損其地位），並且歐幾里得所選擇的設準和公論可被人立刻接受，但一點也不膚淺的導出了深刻的推論，而這也是《幾何原本》最大的優點。

精確的定義、清楚明白的設準與公論，以及嚴謹的證明，在幾何學的研究中，其必要性是與日俱增的。事實上，這也是我們身為數學教師所自豪的能力之一。但在數學教學過程中，我們是否犯了證明方法上的邏輯推論重大瑕疵而不自知呢？不管如何，且讓我們來看看有名的『驢橋定理』（**投影片 3**）。

這個定理是指歐幾里得《幾何原本》第一冊的第五命題：『等腰三角形兩底角相等』。據說中世紀大學利用此一證法來作為大學生數學能力的門檻，這個定理被稱做『笨蛋的難關』（*pons asinorum*）或『驢橋定理』（bridge of asses），即「驢橋在此，愚者莫過」之意。當然也有一種說法強調：由於歐幾里得的圖形像一座支架橋（trestled bridge），只有步代像驢子一樣穩健的學生才走得過去。

請問各位教師，你（妳）是採用哪一種解題方法來教學呢？（約 1 至 3 分鐘後）

現在我們來調查看看各位老師的解題方法：（統計人數）

- (1) 作頂角平分線。
- (2) 頂點與底邊中點連線。
- (3) 頂點向底邊作垂線。
- (4) 其底角之兩外角相等。
- (5) 反身對稱。
- (6) 其它。

如前面所談的，就我們國中的數學教育來看，我們數學教師皆是遵循歐幾里得《幾何原本》的結構來教學。換句話來說，我們應該要有嚴謹的邏輯推論，來證明命題。現在，先讓我們在歐幾里得《幾何原本》中，看看和上述解題方法相關的十三個命題（**投影片 4, 5**）。

由以上的十三個命題中，我們知道「作頂角平分線」的方法（**投影片 6**），被歐幾里得安排在命題 9，至於它的證明須利用命題 8，而命題 8 更進而依賴命題 7，最後，命題 7 的證明則奠基於命題 5。因此，在《幾何原本》的脈絡中，「作頂角平分線」的證法，犯了邏輯上的循環謬誤（circular fallacy）。

若採用「頂點與底邊中點連線」的方法（**投影片 7**），則必須利用命題 10，而命題 10 之證明依賴了命題 9，因而也逃不過命題 5 的支持，循環謬誤依然。

若採用「頂點向底邊作垂線」的方法（**投影片 8**），則須利用命題 8 和命題 10，當然也逃不過命題 5 的支持，循環謬誤依然。

若採用「其底角之兩外角相等」的方法，則顯然是用到了命題 13 (投影片 9)，至於它的證明則須利用命題 11，而命題 11 更進而依賴命題 8 (投影片 10)，一樣逃不過命題 5 的支持，循環謬誤依然。

若採用「反身對稱」的方法，則圖形的運動需要通過第三維空間 (在《幾何原本》中，沒有規定此種運動是保距變換)。其實，歐幾里得在證明相關定理時，對於圖形的移動與疊合方面，也始終表現得十分掙扎。譬如《幾何原本》第一冊命題 4 固然利用到了圖形的移動與疊合，來證明 SAS 全等定理，但對於命題 26 的 ASA 全等命題，他卻不願意依樣畫葫蘆。不過，如果我們仍是堅持要用「反身對稱」的方法來證明命題 5，則不妨採用 Pappus 所建議的方法，將等腰三角形由正反兩面來觀察，那麼，歐幾里得《幾何原本》中所提供的證明之複雜，應該可以完全避免 (投影片 11)。

接下來，讓我們來看看歐幾里得在他的《幾何原本》中，對於命題 5 所提供的的證法 (投影片 12)。

雖然前面四種方法，按照《幾何原本》邏輯順序的安排來說，的確都犯上了循環謬誤，但如果各位教師能將邏輯結構重新安排 (包括新「設準」的加入)，或許可以解此一困境。儘管如此，由於『驢橋定理』是被安排在《幾何原本》第一冊命題 5，邏輯結構重新安排後，是否會帶來更多的難題呢？另外，如果我們找不到比《幾何原本》更好的邏輯結構安排，那麼，我們是否要對自己的教學方法做一次深刻的反思呢？否則當我們面對這種邏輯嚴密性方面的窘境時，我們又要如何教導學生時自圓其說呢？

最後，非常感謝各位教師的協助，讓我們彼此有機會澄清一些邏輯論證的相關問題。其實，『驢橋定理』的證明，只不過是其中一個例子而已，尚有一大堆相關的問題，等待著大家一起去發掘與討論，期待我們都能做到數學教育的本質 – 教導學生學習有趣、有用的數學知識。謝謝大家！

## 參考文獻

Bunt, Luca, N. H., Phillip, S. Jones, and Jack D. Beddient (1988). *The Historical Roots of Elementary Mathematics*. New York: Dover Publications, INC.

洪萬生 (2000). 〈貼近《幾何原本》與 HPM 的啓示：以『驢橋定理』證明為例〉，刊於台灣師大數學系『生活數學館』網頁。

洪萬生 (1999). 《從李約瑟出發》，九章出版社。

李文林主編 (2000). 《數學珍寶》，九章出版社。

Kline, Morris (張祖貴譯，1995). 《西方文化中的數學》，九章出版社。

吳定遠譯 (1985). 《非歐幾里得幾何學》，水牛出版社。

# 對話

## 網站介紹

台師大教學碩士班 陳啟文

<http://episte.math.ntu.edu.tw/people/> 是個老店新開的網站，此話並不意謂其內容乏人問津或老調重彈，相反的乃意指它是將過去散見於各刊物(如:科學月刊、數學傳播、EpisteMath...等)的文章、論著、或註釋，再加上一些學者的近作，分門別類，重新架設的一個嶄新的網站，對保存及再次發表作品，做了一番努力，目前內容並不多。

其中人物小傳主要涵蓋傳主的生平與成就，不過由於文長限制在 500 字到 1000 字間，因此很難對該數學家作深入的探討與介紹，對於想在字裡行間找尋有用的題材來融入現行中學數學教材的教師，可能稍

剛剛去看過

<http://episte.math.ntu.edu.tw/people/> 這個網站了。

看起來應該不是單純的台大數學系網站，而是中研院和台大合作的一個計畫網站，目前內容並不多，但就分類以及資料庫來看，這個計畫應該是野心勃勃。我個人感覺，這個網站設定的層次蠻高的，走的是精緻的數學家路線，整體而言內容取向還蠻一致的。就一個網站設計而言，這是非常重要的。

還是老問題一個：電子媒體與傳統媒體最大的區別是什麼？電子媒體的最大特色在哪裡？

如果只是把書本上的資料放上網路，那麽我寧可買本精美的書來看。我想這是設計網站應該思考的問題。目前從這個網站還看不出來，不過我對於台大在這方面的努力一直都有很高的期待。

哲昇

謝謝哲昇提供這個訊息，剛剛去看了這個網站，最大的疑問是：這個網站設定的讀者群為何？感覺上網站的內容似與設定讀者群不太搭得上來，當然很可能是我錯認他們設定的讀者群了。此外，在該網站的應用類中，有幾篇翁秉仁老師寫的文章蠻好的....

愈億

嫌不足，只能透過連結的網站來搜尋其他資訊，至於這是否是本站當初設立的宗旨，或只



是第一期規劃的進度就不得而知了。不過有心想學習數學史的人，該網站的文章頗值得一讀。在網頁最下方Mac Tutor可以連結到載有許多數學家的畫像或照片是我最喜歡的地方，有興趣的人可以來逛一逛。也許你會問，為什麼我會對這些圖片情有獨鍾？其實我也說不上來！只知道從小到大我就是看不懂人物太多的小說，尤其是古典文著水滸傳，因為它裡面有一百多人，使我無法想像書中對人物造型的描述，更何況是故事情節的發展脈絡，或許就是在這種的奇怪的感覺下，使我在數學教學上特喜歡用圖像來做說明，期使學生能多一點親切的感覺，只是不知道這是否也算是另一種「投射作用」？

本文參考資料：(1) 大英百科全書；(2) MacTutor數學史檔案網站；(3) Bell, E.T.《大數學家》，九章出版社；(4)《Dictionary of Scientist》，Oxford University Press。

(撰稿：翁東仁 / 台大數學系)

參閱：



此網站最特別的地方是想模擬國外 Java 的架設，準備做動態展示，這也是我這些年想努力學習的目標，可惜一直沒有時間來完成，目前只有用 VB 寫一些作品來輔助教學而已，但無法像 Java 可以在網頁中立即執行。因此希望該網站能在這個地方多一點投入，相信假以時日必有可觀之處。當然這兒所指的是我個人的品味，如果你有其他的建議也可以提供他們參考。

\* 有關 Java 台灣師大物理系有許多的作品，相當引人入勝，有興趣的人可以投入這方面的教學設計。

1. 要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 [suhy@pchome.com.tw](mailto:suhy@pchome.com.tw)
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至[suhy@pchome.com.tw](mailto:suhy@pchome.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>