HPM通訊

第三卷 第四期 目錄（2000年4月）

創刊日：1998 年 10 月 5 日 每月 5 日出刊
網址：http://math.ntnu.edu.tw/~horng

編輯小語

這一期的文章中，〈最美的數學式〉是一篇調查報告。相信各位老師看了以後一定很有所感：也許心有戚戚焉，也許不以爲然。無論如何，請加入我們的討論，將您的任何評論、感想，花個幾分鐘的時間，e-mail 給我們吧！這麼有趣的事情，希望大家共相盛舉。

數學教育新思潮

多元文化數學的一個例子：布農族的木刻畫曆與時間、空間觀念

西松高中 蘇惠玉老師

自從巴西數學教育家 D’Ambrosio 在 1984 年「第五屆國際數學教育會議」中發表〈Socio-Cultural Bases for Mathematical Education〉一文後，「民族數學」（ethnomathematics）一詞開始登上數學教育舞臺。他將「文化族群」的定義，擴充到擁有某些相似的思考模式、術語、密碼、興趣、動機和神話的社會。十年後，他更以一種開放的態度來看待數學，並從語源學來定義所謂的 ethnomathematics：

> *ethno* 代表文化或文化根源；*mathema* 在希臘的字根以只現實世界的解釋、瞭解、學習以及處理；*tics* 是 *techné* 的修正型，代表藝術、技術或形式。所以，*ethnomathematics* 即是對不同的文化和環境中，現實世界的解釋和模仿的不同形式。

而簡單一點的說法，如 Ascher 認爲的，「原住民（traditional people）的數學理念（mathematical ideas）的研究，稱爲民族數學。」[Ascher, 1991]

如此看來，民族數學的研究，可以單純地只是研究原住民文化各層面中的數學理念，例如在衣飾中找出數學結構；也可以是跨領域學科的結合，例如從文化霸權的觀念來看弱勢族群（包括原住民、女孩子、中下階層的小孩等等）的數學學習。但不管研究的取向如何，教育關懷是其一致的目標。基於此，P.Gerdes 在研究非洲莫三鼻給地區原住民數學的數學教育，提出民族數學研究的幾個面貌：對數學研究對象、數學理念抱持一種寬廣的態度。[Gerdes, 1994]在他的論述中，Gerdes 接受英國數學教育家 A. J. Bishop 的看法，亦即每一種文化中都可以分析出這六種數學活動：計算(counting)、測量(measuring)、定位(locating)、設計(designing)、玩耍(playing)、解釋(explaining)。[Bishop, 1991, pp.99-110]當然，這

六種活動中牽涉到的世界觀及其價值重視所在會因爲文化背景而有差異，從而影響文化族群建立的數學觀念。

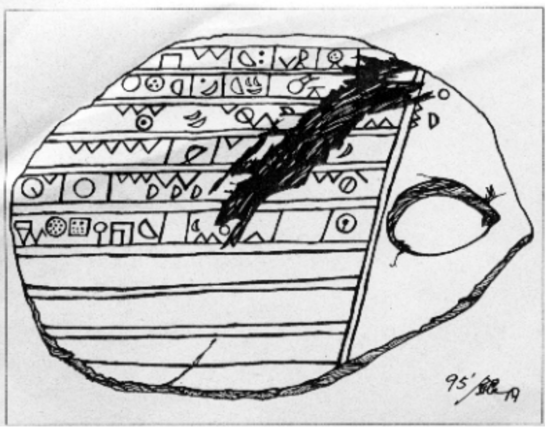
數學活動是一種「人」的活動，不管是從哲學的觀點或是數學發展的歷史來看，數學研究的實體更是社會-文化-歷史的產物。所以，民族數學家強調對數學的教學與學習，應發展有影響的社會-文化因素。從從九〇年代多元文化的觀念逐漸受到重視以來，「民族數學」的「民族」既然不是侷限在原住民的「部落族群」上，似乎該以「多元文化數學（multicultural mathematics）」來定位更恰當一些。「多元文化數學」不只研究各種文化族群的多元的數學理念，同時也將「多元文化」的觀念帶到數學教育中，一方面，讓數學教育工作者，對數學採取更開闊的多元看法；另一方面，對學生容納更多元的可能性，對教學與評量有更多元、更豐富的想像與實作。

傅麗玉教授在她的〈從世界觀探討臺灣原住民中小學科學教育〉一文中，依據 Kearney 對世界觀的形成與轉換之觀點，說明世界觀在科學教育上的意義，即在幫助個體檢驗其世界觀與其改變。所以，教師的世界觀，及科學課程中所教授的世界觀，若與學生原有的世界觀產生衝突時，將會影響學生科學教育的學習，及其世界觀的轉換。傅教授從原住民的世界觀之角度，來看現行的鄉土教材與科學課程，給了我們很多的思考方向。學生的世界觀，不只影響其科學的學習，同時，由於數學是社會-文化的產物，所以學生的世界觀（包括空間、時間觀念）也會影響其數學學習的成果。底下我將以臺灣布農族爲例，從他們的「木刻畫曆」爲例，嘗試從布農族的空間、時間觀來解釋「多元文化數學」的教育意義，並說明其對數學學習可能的影響及啓示。

布農族是一個典型的高山原住民族，分佈在埔里以南的中央山脈及其東側，直到知本主山以北的山地。現今的布農族分佈地，大約是以南投縣爲中心，北到霧社，南到高雄旗山，東達中央山脈東麓及太麻里一帶的東海岸。在 1935 年日治時代，台北帝國大學土學人類研究室出版的《台灣高砂族系統所屬研究》（高砂族爲日據時期日本對台灣原住民的稱呼）一書中，把布農族分類成六大社群：卓社群、卡社群、巒社群、丹社群、郡社群、搭科布蘭郡。

對於住在山中的原住民而言，計算月數，甚至年數，似乎都是多此一舉的，更談不上曆表這一類的東西。如果要計算日子，就利用麻繩打結來計算日數，或是依照月亮的盈虧來大約地推測。但是，依據文獻記載，在日本治台時期，於警務局任職的橫尾廣輔，在 1934 年的《里番之友》第三期一月號中，曾提及在台中新高郡（今南投縣信義鄉）布農族的卡尼多岸社發現一塊畫曆板，長 121 公分，寬 10.81 公分，後 0.9 公分。板上以各種圖形來表示全年應行之歲時祭儀及生活禮俗。這可說是布農族目前所知的原始文字雛型了。後來日本人又陸

●布農族第四塊《木刻畫曆》。（銀月描繪）



續在不同的地方，發現另兩塊類似的曆板，圖形大致相仿。在 1994 年 3 月，達西烏拉灣‧畢馬（田哲益）先生於信義鄉地利村發現新一塊的「木刻畫曆」（圖一），持有人爲金全春蘭，她的祖先在未完成時不幸即已過世。這塊畫曆與 1937 年發現的「木刻畫曆」（圖二）一樣都是出自卡尼多岸社，且都爲丹社群忙達彎氏族人所有，此外，畫曆上的象形文字、符號亦相類似。

圖二

圖二爲 1937 年發現的「木刻畫曆」，長約 120 公分，寬約 20 公分，木板厚約 6 公分，後來成爲布農族文物之寶。畫曆上分爲八段：

A 段一至六日爲「造地」、「整地」和「開墾」的祭典日。第一天稱爲「拉庫諾」。在開墾之前，主祭者每夜卜夢，有吉夢的第二天即爲「拉庫諾」。

B 段十五天爲「播種粟米」的祭儀。大約在農曆春節（正月）後舉行。同樣，主祭者每夜卜夢，有吉夢的第二天即爲祭事的第一天。

C 段兩天爲粟米收穫祭。

D 段八天爲除草祭儀。

E 段十二天爲「打耳祭」，就是「打鹿耳」，也就是全面性打獵。

F 段十六天爲「豐收祭」，要殺小豬。這段期間不能吃甜食。

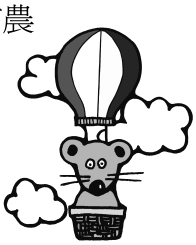
G 段十天爲「首飾祭儀」即「嬰兒祭」，爲今年出生的小孩們掛上首飾、命名和釀新酒。這段期間禁吃甜食。

H 段六天爲「拔稗祭儀」，由男人爬上榛木大叫「Xo, Xo, Xandi te Tel」（就是，「肉啊！來吧」），希望此番能出獵順利，把很多的肉帶回來。

布農族以月之盈虧來記月，設閏年以調整陰曆合於植物及氣溫之季節變化。每年農耕之始爲十一月。布農族在進行重要的農事之前，首先會進行一連串的儀式或禁忌。祭儀團體的領導者爲祭司，其身份通常由一定家系世襲。祭司要接受儀式程序的知識及觀察自然界之訓練。由於布農族極重視祭儀及禁忌，所以祭司的地位非常崇高，極受尊重。

從以上的分析來看，可以知道布農族的時空觀念和漢人的時、空觀念（或是學校教授數學、科學知識中的時、空觀念）不盡相同。而在吾人的活動中，時間、空間這兩個面向，是一定會接觸到的，而且這兩者也是數學概念中的重要成分。例如在小學階段時，學習時間的表示，關於時間的計算；在中學時，利用平面或是空間的觀念學習幾何，更是佔了一大部份的課程內容，像是座標系的建立與表示，地圖的認識與定位、平面幾何以及空間幾何等。在學校的數學學習中，學生一定要有相當程度類似的時空觀念，才能理解教師教授的數學知識內容。所以，時間、空間觀念的不同，常常是原住民學生數學學習成就低落的一個重要原因，但是，在教室中，卻是最常被忽略的問題。

在瞭解布農族人的時間觀念之前，必須先瞭解其「史觀」。在布農族的觀念及語彙中，並無「歷史」一語的存在，而是用「balihabasan」來表示「說以前的事」，凡是任何在以前發生或存在的是，都是 balihabasan 的內容，而 balihabasan，就包含了時間和空間的表述。就布農族的時間觀而言，和我們在學校中學得的那一套是非常不同的。他們的時間，是以「人」或「地點」來做準點的，例如「我祖父可以參加打獵時…」。在布農族中關於「時間」的語彙中，多半是曆法上的，他們通常以天象及自然的變化來描述形容時間的概念。例如，「hanian」可以指「天」、「一天」，而它的原意是「中午」的意思。而且，從「木刻畫曆」中，我們也可以看出來，他們是以周期的方式來看待時間的。布農族人用「tasi-tu-bansagan」來表示一個周期，通常是指曆法上的周期，而周期是一個個輪轉的。除了根據天象及自然現象作爲指標之外，人的活動也是作爲時間的標的之一。例如，「我的祖先遇到漢人時，我的祖父還在爬行；日本人到台灣時，祖父脫離兒童時期；日本人出現在山上時，祖父開始參加打獵。」所以，布農族人的時間觀念基本上是一種相對的觀念。



在 balihabasan 的內容中，所包含的「地點」，指的是活動範圍的擴展或改變。他們的空間觀是立體的，他們的方向觀來自與太陽的相對位置，並輔以植物或特殊標的物作爲參考。Balihabasan 的內容，舉凡自然的行

程，人的起源、規範、見過或聽過曾發生的事等，都是它的內容。而正因爲他們相信口傳的內容都是存在過的事實，所以類似「（不）可考」這樣的事，並不在他們的考慮範圍內。而所謂一件事的「邏輯性」，也只能從他們的文化及宇宙觀來看才能下定義。（就這點而言，布農族的學生可能就無法理解數學的抽象假設，證明存在與否的問題，也許同樣會無法接受。）

學生的世界觀（包括空間和時間觀）會影響其數學的學習，這一點是無庸置疑的。在課堂中，若教師的世界觀，或是想要傳遞的數學知識中的世界觀和學生的不同時，就會和學生原有的認知結構產生衝突。一旦數學教師不瞭解或不處理這種衝突，只是一昧的強迫學生學習某種單一意識型態的霸權，那到最後，不是學生數學成就低落，就是另一種文化的消失。但是，如果數學教師能夠釐清問題所在，從上面的分析來看，布農族的時空觀念都和我們在教室中、社會中所盛行的「主流」觀念不同，如何在相關單元教學時，善用學生的這些世界觀，幫助其數學學習，這就是「多元文化數學」所要強調的，從研究、瞭解、尊重，到多元文化的並存。

參考文獻：

Ascher, M., 1991: *Ethnomathematics: A Multicultural View of Mathematical Ideas*, Pacific Grove, CA: Brooks / Cole Publishing Company.

Bishop, A. J., 1991: *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

D’Ambrosio, U., 1984: “Socio-Cultural Bases for Mathematics Education,” *Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematics Education*. Nottingham : Shell Center for Mathematical Education, Univ. of Nottingham

D’Ambrosio, U., 1994: “Ethno-mathematics, the Nature of Mathematics and Mathematics Education,” in Ernest, Paul ed., *Mathematics, Education and Philosophy: an International Perspective*. London: The Falmer Press, pp. 230-242.

Gerdes, P., 1994: “Reflection on Ethnomathematics,” *For the learning of Mathematics* 14(2)(June): 19-22.

鈴木質，1992：《台灣原住民風俗誌》，台北：臺原出版社。

達西烏拉彎・畢馬（田哲益），1995：《台灣布農族風俗圖誌》，台北：常民文化。

達西烏拉彎・畢馬（田哲益）、達給斯海方岸・娃莉絲（全妙雲），1998：《布農族口傳神話傳說》，台北：臺原出版社。

傅麗玉，1999：〈從世界觀探討臺灣原住民中小學科學教育〉，《科學教育學刊》，第七卷，第一期，pp. 71-90。

葉家寧，1995：〈淺談布農族的史觀與時空觀的問題〉，收錄於《臺灣原住民史料彙編（一）》，南投：臺灣省文獻委員會。

教師園地

最美的數學式

『美，是首要的標準；
醜陋的數學在世界上是找不到永久藏身處的！』---G. H. Hardy

台灣師大數學系助教 謝佳叡

壹、緣起：

美，絕對是數學的特質之一。當一個定理顯得醜陋時，某種程度也暗示著：有一更好的證明等著被發掘！前一陣子，偶拾一書，書名為《最美的數學公式（The Most Beautiful of Mathematical Formulas）》，作者 L. Salem、F. Testard 及 G. Salem 在序言裡開宗明義的闡述：『本書的目的在於揭示數學公式之美！』全書分成十大類，介紹約四十個數學公式、數學名詞的緣起、例證、多方面的應用及相關歷史發展，除了讓讀者品嚐這些公式、名詞發展的趣味外，也呈現符號化後數學公式的美。然而，作者卻未對『為何選擇這些公式』加以說明。這勾起筆者的好奇心，正值 2000 年總統大選，心想---何不來個『數學式子票選活動』？

貳、實施說明：

決定將這個想法付諸行動時，首先必須面對的，就是問卷的設計和實施方式，包含：（一）應採用選擇式或是開放式的票選方式？（二）如何設計問題？（三）受測樣本如何選擇？（四）如何分析調查結果？而這些問題彼此亦相互關連，越去考慮就越難以著手進行。幾經思考後得到了一個結論：『又不是要當成嚴肅的研究報告，而且無論結果如何，都不會影響這些式子的地位與價值，何不放開心胸，Just for fun！』

一有這個念頭，這些問題就顯得容易著手了。

（一）票選方式決定採用事先提供選項，除了可以方便統計外（有點私心），也可減輕填寫者的困擾（不必再去思考、回憶有哪些數學式子而減低填寫意願）。當然了，受呈現式子的干擾是無法避免的，使得寫出的式子可能並非心目中真正的答案，這也使得『要列哪些選項？』成了這份問卷必須面對、也是最困擾的問題。數學公式成千上萬，加上定義、定理、等式……真如夜空繁星一般，不可勝數。為解決此一問題，本問卷的選項選定原則如下：

1. 儘量以符號呈現，捨棄文字的敘述與過於冗長的式子。
2. 型式簡單，一覽即知。
3. 不要列上同質性過高的式子，但容許各有特殊意義者或形式差異過大者。

實際的作法是由《最美的數學公式》一書中挑出 15 個符合上述者，再由筆者參考手邊書籍另行補列 14 個，合計 29 個。另留有空欄供填寫者自填，以彌補選擇式的方法所造成之不足。不可諱言地，如此的選項設計，設計者個人偏好之融入是無法避免的，而且從許多面向來看，這樣子的選項設計仍顯粗糙（例如不少受試者反應選項的

同質性還是過高，如選項 17 和 18 本係同源、選項 10 是選項 6 畢氏定理的變型、三角公式選項過多、沒有向量公式等等)，這些都是筆者當初未料及的(或說是能力不足)。不過也無妨，當成拋磚引玉之用也是本文的另一個目的。

（二）本問卷共有三個問題，每個問題至多填寫 5 個選項，不分順序，問題如下：

一、你覺得最美的數學式子是哪些？

二、你認為最有用的數學式子是哪些？

三、你最想知道哪些數學式子的發展史？

當然，所謂『美』、『有用』的定義是因人而異，本問卷並未說明，由填寫者自行解讀；而第三題設計的目的，除了提供『HPM』的編輯小組作為參考外，也反映出填寫問卷者的需求與不足的面向。

（三）本次問卷對象為台灣師大數學系大學部一至四年級學生，每年級約 100 人，另有研究生 40 人。

（四）分析方式採『量』的統計，將三個問題的調查結果，分年級依得票數的高低呈現前十名排行，並統計大學部的總排行；最後一欄為研究生調查結果，因為該組調查人數較少，故排行不定取足十名。必須強調的是這裡所謂的『排行』，也單純針對台灣師大學生對這些式子的看法，絕無區別數學式子優劣之意，所列數學式每個皆是一部歷史，都是人類智慧的結晶，豈是吾等足以撼之。

由於選項設計、取樣對象皆是偏隅之選，統計人數也仍算少量，加上本文篇幅關係及個人能力有限，對於結果在此僅做一些現象的描述，不做詳細的分析探討，至於如何解讀數據背後的意義，就交由有興趣的讀者了。

參、選項：

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$	13. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
2. 三角形內角和＝180 度	14. $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	15. $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
4. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	16. log(ab)=loga + logb
5. 海龍公式 A＝$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$	17. $e^{i\pi} + 1 = 0$
6. 畢氏定理 $a^2 + b^2 = c^2$	18. $e^{ix} = \cos x + i\sin x$
7. 圓周長 ＝ $2\pi r$	19. $C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$
8. 圓面積 ＝ πr^2	20. $1+2+3+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$
9. 圓球體積 ＝ $\frac{4}{3}\pi r^3$	
10 $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	
11 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.	
12. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta$	
21. $1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \frac{1}{1-x}$ (|x|<1)	27. 質數定理：第 n 個質數≈ $n\log n (n\to\infty)$（＊）
22. Fibonacci 數列： $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$	28. 點線距離＝$\frac{\|Ax_0 + By_0 + C\|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

23. $\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}.....$ 24. $\log 2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}.....$ 25. $\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}.....$ 26. 尤拉公式：v – e + f =2	29.泰勒公式：$f(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n+R_n(x)$ 30.（自填）

（＊）現在所說的質數定理型式為：$\lim_{x\to\infty}\frac{\pi(x)}{x/\log x}=1$，本問卷直接採用《最美的數學公式》書上的型式，特此說明。此式更精確的表示法為：

$$\text{第 n 個質數} \approx n\log n+n(\log\log n-1)+o(\frac{n\log\log n}{\log n})$$

（資料來源：Paulo Ribenboim 所著《The little book of big primes》(Springer-Verlag 1991) p. 141）

肆、統計結果：

不妨找找看，你能發現什麼！

一.最美的數學式子

排行	大一	大二	大三	大四	大學部合計	研究生
1.	泰勒公式	畢氏定理	泰勒公式	泰勒公式	泰勒公式	尤拉公式：v – e + f =2
2.	畢氏定理	泰勒公式	畢氏定理	畢氏定理	畢氏定理	畢氏定理
3.	Fibonacci 數列	Fibonacci 數列	海龍公式	$e^{i\pi}+1=0$	Fibonacci 數列	$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}.....$
4.	海龍公式	尤拉公式：v – e + f =2	尤拉公式：v – e + f =2	尤拉公式：v – e + f =2	尤拉公式：v – e + f =2	$e^{i\pi}+1=0$
5.	$e^{i\pi}+1=0$	正弦定理	Fibonacci 數列	海龍公式	海龍公式	$\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots$
6.	$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$	海龍公式	$1+x+x^2+\ldots=1/(1-x)$	Fibonacci 數列	$e^{i\pi}+1=0$	泰勒公式
7.	尤拉公式：v – e + f =2	$e^{ix}=\cos x+i\sin x$	1+2+3+…＝n(n+1)/2	$e^{ix}=\cos x+i\sin x$	正弦定理	Fibonacci 數列
8.	正弦定理	$1+x+x^2+\ldots=1/(1-x)$	正弦定理	$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}....$	$1+x+x^2+\ldots=1/(1-x)$	$e^{ix}=\cos x+i\sin x$
9.	log2=1-1/2+1/3-…	質數定理	三角形內角和＝180 度	正弦定理	$e^{ix}=\cos x+i\sin x$	質數定理
10.	$e^{ix}=\cos x+i\sin x$	$e^{i\pi}+1=0$	$e^{i\pi}+1=0$	點線距離	$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$	海龍公式

（一）大學部由泰勒公式與畢氏定理拔得頭籌，研究生則由尤拉公式奪魁。

（二）Fibonacci 數列受歡迎的程度隨年級而降低；尤拉公式卻相反，這大概和大二有

幾何課程有關。

（三）研究所高排行的級數式子，顯然還未被大學部所欣賞。

（四）票數最低的：大學部是$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$（3%）；研究所也是選項 11.12.13 的三角公式（0%）。

（五）值得一提的是，『十進位』也被列入自填部分，獲得了不少票數；此外餘弦定理、$e^x = \sum_{n=1}^{\infty} x^n / n!$ 也在自填的項目中出現。

二. 最有用的數學式子

排行	大一	大二	大三	大四	大學部合計	研究生
1.	畢氏定理	畢氏定理	畢氏定理	畢氏定理	畢氏定理	畢氏定理
2.	泰勒公式	泰勒公式	三角形內角和＝180 度	泰勒公式	泰勒公式	泰勒公式
3.	點線距離	三角形內角和＝180 度	1+2+3+…＝n(n+1)/2	1+2+3+…＝n(n+1)/2	三角形內角和＝180 度	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$
4.	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	1+2+3+…＝n(n+1)/2	泰勒公式	三角形內角和＝180 度	1+2+3+…＝n(n+1)/2	1+2+3+…＝n(n+1)/2
5.	1+2+3+…＝n(n+1)/2	海龍公式	點線距離	圓周長＝ $2\pi r$	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	三角形內角和＝180 度
6.	三角形內角和＝180 度	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	圓面積 ＝ πr^2	點線距離	圓面積 ＝ πr^2
7.	圓面積 ＝ πr^2	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$	圓面積 ＝ πr^2	點線距離
8.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	圓面積 ＝ πr^2	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	log(ab)=loga + logb
9.	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	海龍公式	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	
10.	海龍公式	點線距離	圓周長＝ $2\pi r$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	

（一）畢氏定理一路奪魁，泰勒公式緊追在後。而且除了這兩個也在『最美』的部分上榜外，其餘大都消失了，這說明了『美』和『有用』不一定相伴而行。

（二）上榜者除了泰勒公式外，其餘都在中學時就學到這些公式。

（三）總得票數最低的，是選項 23.24.25.的級數公式（0%），以及 27 的質數定理（0%）。

三. 最想知道的數學式子發展史

排行	大一	大二	大三	大四	大學部合計	研究生

1.	尤拉公式：v － e ＋ f ＝2	Fibonacci 數列	泰勒公式	泰勒公式	尤拉公式：v － e ＋ f ＝2	泰勒公式
2.	泰勒公式	尤拉公式：v － e ＋ f ＝2	尤拉公式：v － e ＋ f ＝2	圓球體積 ＝ $\frac{4}{3}\pi r^3$	Fibonacci 數列	尤拉公式：v － e ＋ f ＝2
3.	質數定理	質數定理	海龍公式	尤拉公式：v － e ＋ f ＝2	泰勒公式	質數定理
4.	Fibonacci 數列	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$	Fibonacci 數列	質數定理	質數定理	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$
5.	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$	畢氏定理	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$	海龍公式	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$	圓球體積 ＝ $\frac{4}{3}\pi r^3$
6.	$e^{i\pi} + 1 = 0$	海龍公式	質數定理	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	海龍公式	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$
7.	海龍公式	$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	Fibonacci 數列
8.	畢氏定理	圓球體積 ＝ $\frac{4}{3}\pi r^3$	三角形內角和＝180 度	$e^{ix} = \cos x + i\sin x$	$e^{i\pi} + 1 = 0$	海龍公式
9.	$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$e^{i\pi} + 1 = 0$	log(ab)=loga + logb	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	畢氏定理	三角形內角和＝180 度
10.	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	三角形內角和＝180 度	$C_n^m = \frac{m!}{n!(n-m)!}$	三角形內角和＝180 度	圓球體積 ＝ $\frac{4}{3}\pi r^3$	$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}.....$

（一）雖然泰勒公式和尤拉公式佔據了高排行，質數定理也居高不下，但在大二，泰勒公式卻不見了，取而代之的是 Fibonacci 數列居於榜首，頗耐人尋味。

（二）畢氏定理在大三以上就消失在榜上，或許與大三的教育課程學生必須時常接觸有關。

（三）大四的圓球體積公式突然竄起（不知是否與校外試教或數學史課程有關）。

（四）總得票數最低的，又落在選項 11.12.13 的三角公式（0%）。看來這個普遍為學生夢魘的三角函數公式，即使在數學系仍心有餘悸吧！

伍、相關資料比較：

David Wells 在 1988 年，針對《The mathematical Intelligencer》的讀者（vol.10 No.4 p.30）也曾做過類似的調查。相同的，Wells 也事先給了讀者 24 個選項，因爲該雜誌的讀者群大都爲專業數學家，故選項的設計就更加的深廣，形式也更多樣（包含定理與性質的敘述都在選項之列），回收的問卷也以數學家爲主，被認爲最美的前十名爲：

一、$e^{i\pi} = -1$

二、尤拉多面體公式：V+F＝E+2；

六、固定點定理；

七、不存在平方爲 2 的有理數；

三、質數無窮多個；

四、只存在五個正多面體；

五、$\dfrac{\pi^2}{6}=1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{1}{5^2}.....$

八、π 是超越數；

九、四色定理；

十、每個型如 4N+1 的質數必可唯一表示成兩個完全平方數的和。

後記：

當時，一股衝動的做了這樣的一個調查，由於事先並未請教過一些先進的意見，許多很好的建議與指教都在調查實施之後才獲得，甚感可惜。為忠於原始調查資料，故所呈現的設計儘管粗糙也未加以更動。也期待有更完善的調查產生，或許也可來個『數學家票選』、『數學定理票選』活動，相信一定十分有趣。

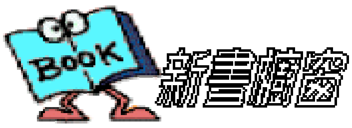
參考資料：

Wells, David, 1997:*The Penguin Book of Curious and Interesting*. New York: Penguin.

Wells, David, 1997:"Which is the most beautiful ?" *The mathematical Intelligencer* (1988), 10(4):30.

Wells, David, 1997:"Are these the most beautiful ?" *The mathematical Intelligencer* (1990), 12(3):37-41.

L. Salem, F. Testard, C. Salem, 1992: *The most beautiful mathematical formulas*. New York : John Wiley.



《中國古代數學》

郭書春 著

台北：台灣商務印書館　　　1994 年 8 月出版第一次印刷

總共 iv+188 頁　定價新台幣 140 元　ISBN 957-05-0958-9 (310)

本書是郭書春教授在台灣出版的第二本著作！第一本是由台北明文書局為他出版的《古代世界數學泰斗劉徽》一書，數學史家一致推許為必讀的經典作品。本書目的在於中國文化史普及。基於此，本書以算法與概念為框架，呈現中國古代數學十分迷人有趣的風貌。作者言簡意賅，筆法圓熟，是中國數學史極精緻的開味小菜，值得品嚐。

◎《李儼 錢寶琮科學史全集》十卷

杜石然主編　　郭書春 劉鈍執行主編

瀋陽：遼寧教育出版社　　　　1998 年 12 月第一版

總共 6022 頁　　　定價人民幣 500 元　　ISBN 7-5382-4807-2

本套書收集了前輩數學史家李儼、錢寶琮畢生科（數）學史著作全集，是中國數學史學界的一大盛事。中國科學院自然科學史研究所如此推崇李、錢一代史家，令人感佩！任何人想要一窺中算史之門徑，本套書是絕對不容許錯過的參考文獻，其中有些論述尤其必須精讀，否則就不得與聞此一學門矣！

◎《用漫畫來學幾何》

岡部横治著　藤岡文世繪　劉雪卿 中譯

台北：國際村文庫書店有限公司　　　　1999 年 12 月初版

總共 304 頁　　　定價新台幣 240 元　　ISBN 957-754-638-2

本書是難得一見的數學漫畫書。一般的同類著作，數學知識內容大都稀薄到『兒戲』的程度，本書敢於獨樹一幟，真是敬佩出版商的膽識。作者岡部恆治是位專攻拓樸學的數學家，「具有以簡單有趣的方法解說大多數人引以為苦的數學世界之才能。其想像力之豐富而柔軟，深受好評。」

感謝各校聯絡人：
●永春高中 陳明山 ●內湖高中 潘國華 ●松山高中 郭耀昇 ●中山女高 劉天民 ●成功高中 繆友勇 ●大直國中 陳文鴻 ●北投國中 黃國斌 ●石牌國中 張添順 ●大理國中 汪錫霞 ●永吉國中 謝朝隆 ●天母國中 賴春錦 ●蘭雅國中 李信仲 ●景興國中 彭君智 ●開平高中 林裕意 ●民生國中 程麗娟 ● 金山中學 陳坤松 ●基隆女中 林瑞淑 ●土城國中 賴炘堂 ●羅東高中 賴順基 ●復興國中 陳瑩琪 ●台南女中 吳昭榕老師 ●台中女中 陳勇政老師 ●安康中學 白家結 ●三峽明德中學 劉建宏 ●竹北國中 賴育伸 ●嘉義協志工家 朱清國 ●馬祖中正國中 陳君武 ●台南和順國中 林玲誼 ●北縣三民中學 楊建泰 ●高市興仁國中 歐志昌

這是編輯

1. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。為編輯方便，投稿請在 2000 字以內，並以電腦打字，將檔案磁片郵寄至：台北市健康路西松高中蘇惠玉收；或e-mail至：suhy@hp715.math.ntnu.edu.tw