HPM通訊

第三卷 第十二期 目錄(2000年12月)

科普書籍書評專刊(I)
網路大公開

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
主編：蘇惠玉（西松高中）
編輯小組：林榮生（西松高中） 黃振順（西松高中） 蘇意雯（成功高中）
邱靜如（實踐國中） 唐書志（百齡中學）蘇俊鴻（新店高中）
洪秀敏（新竹高中） 洪誌陽（新北高中）謝佳叡（台灣師大數學系） 林倉億（台師大數學系研究生 ） 陳鳳珠（台師大數學系研究生） 黃清揚（台師大數學系研究生）
葉吉海（台師大數學系研究生） 黃哲男（台師大數學系研究生）

創刊日：1998 年 10 月 5 日 每月 5 日出刊
網址：http://math.ntnu.edu.tw/~horng

數學普及著作推介專輯說明

台灣師大數學系教授 洪萬生

過去十年來，台灣出版界開發了一種可喜的時髦，那就是：數學普及著作中譯的極端風行。這股風潮，無疑是科學普及中譯風潮的一環，甚至於是本土出版文化『全球化』的一個註腳。台灣出版業難得在『跟進』或『追逐』時宜時，這麼『照顧』數學這種文化人最恐懼的專業知識，我們實在不知道該高興還是感嘆！

二十幾年前，我曾經花了很多功夫，學習如何書寫通俗化的數學文章，一開始也翻譯了諸如《偉大數學家的想法》（Herbert Meschkowski 原著）與《女數學家列傳》（Lynn Osen 原著）之類的普及書籍。回顧年少時一無所有，這些工作是否曾經留下痕跡，到底也無從計及。不過，我自己倒是開始留心數學史方面的論述了。一九八一年，我出版第一本文集《中國π的一頁滄桑：數學史文集》（台北：自然科學文化事業公司），曾在〈作者序〉中有一番『夫子自道』：

> **從高中時代開始，作者就對通俗科學書籍極有興趣。大學和研究所唸了數學，對數學知識的通俗化尤感關注。就是在這樣的背景下，注意到數學史的。M. Kline 所謂的「循著歷史的軌跡介紹數學，這種方式是獲得理解、深入體會的最佳途徑」（見《數學史》（*Mathematical Thoughts from Ancient to Modern Times*）原著序），作者雖然早就心有戚戚焉，不過由於才識不足，始終不敢輕易言志。就學期間，雖偶有涉獵數學史的一鱗半爪，但對中國數學史卻從未觸及。《數學發達史》（張鵬飛、徐天游編著，台灣中華書局出版）是基於對於通俗數學知識的愛好而購買，不意竟成了研究中國數學史的啟蒙著作。**

換句話說，我當年是為了數學知識普及的『使命感』（自詡的！）之需要，而走向數學史尋求資源。事實上，我也的確從數學史學吸取到很多養分，回過頭來豐富了通俗數學的寫作。可惜，當我有幸成為專業的數學史家之後，卻無從挹注年少的純真夢想。造化弄人，實在相當無奈！

儘管如此，數學史的切入與關懷，卻成了我品評數學普及論述的判準之一。對我來說，數學普及論述成功的要件，大概離不開『趣味性』、『知識性』與『文化性』。而這些都必須關連到數學史，乃至於 HPM 的價值與意義上面來。現在，且讓我們好整以暇，進入本專輯作者所打開的一扇窗子，看看這些書籍所呈現的另一面數學風景。

書評：《幹嘛學數學》

台師大數學研究所碩士班研究生 林倉億

書名：幹嘛學數學 (Strength in Numbers－Discovering the Joy and Power of Mathematics in Everyday Life)
作者：Sherman K. Stein
譯者：葉偉文
出版者：天下遠見出版股份有限公司
出版日期：1999 年 12 月
頁數：296 頁
定價：新台幣 250 元
ISBN：957-621-628-1 (英文版 ISBN：0-471-15252-8)

一、前言

去年年中在誠品書店發現一本英文書：*Strength in Numbers－Discovering the Joy and Power of Mathematics in Everyday Life*，當時是被它的副標題「Discovering the Joy and Power of Mathematics in Everyday Life」所吸引，買回來看了幾章之後，覺得作者 Sherman K. Stein 用輕鬆的筆調將數學內容清晰地呈現出來，頗能引起繼續閱讀的興趣，便向周遭的幾位好友推薦了這本書。到了去年年底，筆者在書局看到《幹嘛學數學》這本書時才知道，原來這就是年中買的那本英文書的中譯本，差點當場暈倒，原因並不是心疼英文版的價錢足足比中文版貴上一倍還要多，而是因為它竟被譯成「幹嘛學數學」，封面還有這麼兩句話：「每三個高所得的工作中，有兩個需要比算術更高深的數學。」真是聳動到了極點，筆者當時就在想，若 Stein 知道自己的書被如此曲解的話，不知道會作何感想？關於書名譯名的問題，筆者在文中會再做說明，現先拋下這個問題，讓我們來對這本書好好地「品頭論足」一番。

二、 內容評論

雖然 Stein 將全書分為三部分：「數學這玩意」(About Mathematics)、「國民數學須知」(From High School to Kindergarten)與「真理近了」 (Closer and Closer)，但仔細閱讀後，筆者根據每一章的主要內容將它分為幾部分，以做為本文討論的架構：

序言	第一章
生活中的數字	第二章到第五章
對數學的迷思	第六章
電腦	第七章
數學的應用	第八章
數學與職業	第九章、第十章
數學教育改革	第十一章到第十三章
中學數學知識	第十四章到第二十五章
微積分	第二十六章到第三十二章

筆者將第一章視爲這本書的序言，是因爲它包含了這本書的目的與簡介。如Stein所言，本書的目的在「…to spread the gospel of mathematics, to carry the word to unbelievers and believers alike」(英，p.3)[1]，這句話被譯成「散播數學的正確觀念給每個人」，可說是盡失原味，無法讓讀者感受到Stein的用意與對數學的熱情，比較貼切的譯文應該是「散播數學的福音，將數學的箴言帶給每一位相信數學或不相信數學的人。」若非強烈地熱愛數學的人，是不會將傳播數學知識比喻成宗教上的散播福音。也因此Stein企圖：

> **對於那些在學校裡有不愉快經驗而放棄數學（通常是 12 歲以前），或漠不關心數學的人，我希望把他們拉回最初的邂逅點，對數學一見鍾情。[2]至於那些喜歡數學的人，我希望本書所舉的事例能充分表現出數學之美與價值，進而加深他們對數學的熱愛。」（中，p. 4）**

所以 Stein 所設定的讀者群包括了已離開學校的一般民眾，希望透過這本書，讓他們再次經歷數學之旅，從中體會到數學的美與價值，讓數學學習不因離開了學校而中斷。

第二章到第五章的篇名依序是「冷數字的咒語」、「熱數字」、「不要編個數字在我頭上」、「經驗 vs. 統計數字」，冷數字指的是「這類數字不會有嚴重的爭辯」(中，p.13)，例如光速是每秒 186,283 英里；相對的，熱數字則是「多半牽涉到重要爭論。…熱數字往往是一套美麗說詞的關鍵」(中，p.19)，例如各州學生學科能力鑑定測驗 (SAT)的排名。從這些篇名中便可清楚地了解 Stein 希望讀者在面臨生活中的數字或統計數字時，應當保持理性，因爲「如果你不知道所有計算過程當中林林總總的細節，就不知道這些數字的真正意義。」(中，p.24)，最好的例子就是「智商」，若讀者了解它是如何被算出來的，那麼就會明白它所能代表或解釋的，是多麼的有限了。更進一步地，當你理性地面對這些數字時，「讀者會發現在今日的報紙上有多少反面的例子，都是以華麗的言詞、別有居心的民意調查、捏造的事件或引用極端不正常的例子，來做推論的。」(中，p.44)

接下來的第六章、第七章與第八章分別談對數學中的迷思和誤傳、電腦在今日生活中所扮演的角色、高等數學的應用。在第六章中，Stein引用了許多的數學史來反駁一些錯誤的傳

[1] 「英，p.3」表示英文原書的頁碼，「中，p.3」表中譯本的頁碼。
[2] 「對數學一見鍾情」是翻譯者加上去的。

聞，例如「數學裡沒什麼新鮮事，全是一些死東西？」[3] (中，p.46)、「阿基米德曾大喊『尤里卡』，而且聲稱自己能移動地球？」(中，p.55)等等，這些錯誤的傳聞到處充斥，甚至淹沒了真相。透過這些澄清，不但可以讓讀者知道比較真實的歷史，讀者還可以了解「天下文章一大抄」這情況嚴重到什麼地步了。至於第七章，可說是筆者最不滿意的一章，因爲這一章主要在談電腦已大大影響及改善了我們的生活，但我們仍要會自己思考、判斷，而不是用電腦來思考。筆者不滿意的並非是這個議題，相反地，筆者認爲這個議題值得好好的討論一番，其內容、份量值得寫一本專書了。所以，Stein在這裡的蜻蜓點水不但激不起浪花，從整本書的架構來看，反倒讓本章變得十分地突兀。第八章可以說是Stein爲數學家所做的辯白，主要是反駁那些質疑「數學家做的研究是否有用」的人，他舉了結點、探針與數碼三個例子，來說明：

> **數學家會去研究數學是因為發現到有趣的問題，而結果往往是深奧、永恆、美麗而令人驚訝的。社會支持他們，是因為他們的發現常會有很大的實用價值。而這種實用價值，沒有人能預知，連發現者也不例外。(中，p. 76)**

接下來的第九章「職業究竟是什麼」和第十章「那裡面有哪些數學？」，這大概就是讓筆者差點暈倒的中文書名譯名，與封面上聳動的那兩句話的源頭。Stein 在第十章一開始便說得很明白：

> **即使不會分數的加法，也不會解代數方程式，依然可能在家裡或職場上過著快樂而有意義的生活。我不是想聲明：每個人都要學微積分才能找到好工作…我只是想敘述一下，在每一種職業裡需要哪一等級的數學程度。我不打算預測哪些行業會擴張，哪些會萎縮，也不去評論它們要的數學是否過少或過多。(中，p. 80)**

所以他根據《職業調查完全手冊》(*Complete Guide for Occupational Exploration*)將職業對數學的要求分爲六個等級，也將該書摘錄成 70 類的職業，列出所需的數學的等級，以及列出 1992 年美國就業市場某類職業所需要的人數，很可惜的，後者在中譯本中被省略了，中譯本的讀者無法獲得 Stein 所要表達的完整資訊。最後 Stein 在第十章中也引用《職業展望季報》(*Occupational Outlook Quarterly*)指出多唸一點數學的確在就業市場中比較具有優勢。由此看來，這本書會翻譯作《幹嘛學數學》，第十章應算是「罪魁禍首」了。或許本文讀者會認爲筆者太小題大作了，但請回想一下 Stein 寫此書的主要目的，筆者相信大多數的人在看到「幹嘛學數學」這書名時，並不會想到 Stein 的立意；再者，Stein 在這本書中也沒有解決「幹嘛學數學」這個大難題，若有人當初是因爲希望從這本書中得到答案才購買了它，也抱著這個期待閱讀它，我想他（她）不但未能找到答案，更可能失去了好好品嚐 Stein 的用心的機會。我們當然可以替出版社找到這樣的託辭：商業考量，但原書的題目難道就不能達到出版社的商業考量嗎？答案其實很簡單，就是台灣出版界將書本商業化的程度已到了令人難以容忍的地步了！至於封面上這兩句：「每三個高所得的工作中，有兩個需要比算術更高深的數學。」，更是極端商業化的典型，筆者翻遍全書，無論是英文原書還是中譯本，都找不到這兩句，況且 Stein 並未提供任何有關所得高低的數據，筆者實在不知道這兩句話是如何地被創造出來的。

---

[3] 原文是「There is nothing new in mathematics.　It’s a dead subject.」

接下來的第十一、十二、十三章，Stein 提供他個人對二十世紀在美國推動的大大小小數學教育改革的看法，也給出了一些建議，不過筆者並不想在此花太多筆墨，原因並非是他的意見不可取等等，而是他有點過度簡化了教育改革中的問題，若讀者對教育改革議題有興趣的話，應當找專書或專門論文閱讀才是。

Stein 在本書一開始就指出他企圖將那些在學校裡有不愉快經驗而放棄數學，或漠不關心數學的人拉回最初的邂逅點，且加深那些喜歡數學的人對數學的熱愛，所以接下來的第十四章到第三十二章才是 Stein 所要傳播的「福音」，這本書的讀者應該要慢慢地、細細地咀嚼才是。基於此一理由，Stein 才會在第十四章放「如何讀數學」這一主題：

> **讀數學要慢慢來，仔細閱讀每個符號、每個字，並檢查每一個句子。第二次則注意從頭到尾，把它們串在一起。即使你不太習慣這種閱讀方式，你也會發現經過練習之後，一切都變得自然了。（中，p. 135）**

在第十五章以後，Stein 就用他輕鬆的筆調，清楚地呈現數學知識內容，讓讀者有充分且適當的練習讀數學的機會。雖然 Stein 已盡可能減少讀者在讀數學時的負擔，而且他也做得很成功，但從第二十八章到第三十二章，對微積分不熟悉的讀者，一定會倍感吃力，不若前幾章那麼自在，不過只要慢慢地練習，一定能夠聽到數學的「箴言」。

站在一個數學愛好者的立場，筆者建議每一位數學愛好者應該要好好地品嘗第二十六章「無窮大也有大小之分？」，這一章介紹困擾人類兩千多年的「無窮」這個問題，雖然 Stein 他並未呈現人類兩千多年來在這個問題上的掙扎，不過他透過康托 (Cantor)與戴德金(Dedekind)的書信，呈現康托在這一問題上的轉折。如果 Stein 再能描述康托對自己發現問題真相後的內心掙扎，與當時的數學家如考內克 (Leopold Kronecker)如何地壓制康托將論文公諸於世，那麼，這整章的內容將更完整、更有風味了。有一點必須提醒諸位的，中譯本在這一章的有些地方譯的荒腔走板，請小心閱讀。

三、綜合評論

在書中許多部分，特別是最後一章，很清楚地可以知道 Stein 對數學的看法是十分傾向柏拉圖主義的，認爲數學是永恆的真理，所以整本書就是以數學知識的真與美做爲主體，然後用日常生活的關係、例子，或是數學史來包裝、呈現，希望「讓數學自己把它的真實與美麗展現給你們看」(中，p.291)。而也就是在這個觀照之下，數學活動中的人文、社會面向被犧牲掉了，不同民族的數學活動難以在這種觀照下取得適當的表演舞台。雖然書中有提到古埃及、巴比倫人及中國古代的數學知識，但這些都只是爲了佐證數學真理是永恆的、絕對的。不過就單純地考慮 Stein 所呈現的架構與內容，這的確是一本值得閱讀、分享的好書。

至於翻譯問題，長久以來一直是國內出版界的大問題，這本書也不例外，仍有許多地方的翻譯有問題，有些還是很嚴重的問題，翻譯者難辭其咎。不過，跟一些書比較起來，這本書所犯的錯還算是小兒科，筆者也就忍住不再批評了。但是，有一點筆者很不能諒解，就是在英文原書中，Stein 有分章列出參考文獻，有些章還提供讀者進一步閱讀的資料指引，這些都是很珍貴的資料，可幫助有興趣的讀者做更深入的探索，可是不知何種理由，中譯本中並

沒有！其實這些資料根本不需要翻譯，只要附上即可，真的搞不懂既然大費周章地翻譯了一本好書，為什麼要把這一部分拿掉呢？難不成認定台灣讀者不需要這一部分，若是的話，那真是太瞧不起台灣的讀者了！

關於《神奇的 π 》

台師大數學研究所碩士班研究生 陳鳳珠

書名：神奇的 π （譯自 *The Joy of* π ）
作者：David Blatner
譯者：潘恩典
出版地：台北・商業周刊出版股份有限公司
頁數：131 頁
定價：260 元
ISBN：957-667-313-5（英文版 ISBN：0-140-26680-1）

本書作為數學普及的讀物可以說是相當成功的。人類研究圓周率的歷史中，有許多關於圓周率 π 的有趣材料，經由作者精心的剪裁和安排，巧妙地呈現出圓周率 π 的各種豐富多元的面貌，不但妙趣橫生，確實也能讓讀者享受到圓周率 π 的樂趣。

本書內容以介紹 π 的歷史為主，[4]並針對相關的主題作進一步的討論，譬如研究 π 的奇人楚諾維斯基兄弟、符號 π 和背誦 π 。在各章的後面還有關於 π 的各種趣談（pi on the side），其中所涉獵層面廣泛，包括聖經與 π 、化圓為方語錄、圓周率的法定值、世界各地圓周率 π 的記憶詩、辛普森案在法庭中與小說《接觸未來》中人類和外星人一段關於 π 的一段對話等等，和遍及書本各處的一百萬位小數的 π 值，令人大開眼界。

閱讀本書的過程就像是在瀏覽關於 π 的故事書一般。作者將 π 的歷史分為六個階段，首先躍上 π 的歷史舞台上的是早期歷史（西元前 2000 到公元前 500 年）中的埃及萊茵德紙草（Rhind Papyrus）文件，它是有關圓周率 π （=256/81）的最早紀錄；接著演出的是希臘（公元前五百年到公元兩百年）的眾多數學家們，例如：第一位想嘗試找出圓與正方形關係的希臘人安那克薩哥拉（Anaxagoras of Clazomenae），以及嘗試用窮竭法（principle of exhaustion）去計算圓面積的安提豐（Antiphon）和布賴森（Bryson），此外，當然少不了希臘最偉大數學家的阿基米德（Archimedes of Syracuse）的熱情演出，他利用圓內接和外切的 96 邊形逼近圓周長的方法，計算出 π 介於 3 1/7 和 3 10/71 之間，而且他用圓外切和圓內接多邊形逼近圓周長的方法，到了十七世紀依然是求 π 近似值的基本方法。然而，阿基米德的紀錄要等到兩百年後上場的天文學家托勒密（Claudius Ptolemy）才被打破（約 3.14166）。

第三幕 π 的歷史場景移至東方古文明的中國和印度（公元 100 到 700 年）。中國的部分，在二世紀的張衡和三世紀的王蕃相繼演算 π 的近似值後，最引人注目的就是三世紀的劉徽。他在公元 263 年注《九章算術》時，利用 192 邊形求出圓周率 π 介於 3.141024 和 3.142704 之間，後來又利用 3072 邊形求出圓周率 π 的近似值約爲 3.1416。值得一提的，還有五世紀時的父子檔祖沖之和祖　之，他們以多達 24576 邊的多邊形計算出圓周率 π 的近似值 355/113（約 3.1415929），這個輝煌的紀錄要到一千年後才被刷新。至於印度方面，表現則不如預期，首先是由六世紀的阿耶波多（Arybhata）出場，他利用 384 邊形計算出圓周率 π 的近似值 $\sqrt{9.8684}$（約 3.1414），諷刺的是，根據他爲求 $\sqrt{9.8684}$ 的近似值所寫的打油詩計算出的近似值（約 3.1416）反而更接近圓周率 π（3.1415926…）；接著上演的是七世紀印度最偉大的數學家婆羅門笈多（Brahmagupta），他求出 π 的近似值爲 $\sqrt{10}$（約 3.1623），其誤差卻比阿耶波多還要更大。

接下來一千年的發展（公元 1000 到 1600 年），則由阿拉伯和繼承其豐碩學術遺產的歐洲數學家領銜主演。雖然他們從未間斷過 π 的計算，但結果卻不如古希臘人和中國人、印度人所求的近似值準確，可以說是幾乎沒有任何進展，一直要到十六世紀末的法國律師兼業餘數學家韋達（Viete）才有突破性的發展。他效法阿基米德，以圓外切和內接多邊形精確計算出 π 的小數點後十位數，而且是史上第一次以無窮乘積（infinite product）表示一個定值，也是數學史的一個重要里程碑。

接著便進入 π 的歷史中的關鍵時期（公元 1600-1900 年）亦即數學的突破，最出乎意料的發展是，在十六世紀末仍須耗費數學家大半生的計算方法的戲碼已經不再上演，這全要歸功於十七世紀數學家們如斯涅爾（Snell）、惠更斯（Huygens）、華理斯（Wallis）、格雷果里（Gregory）和萊布尼茲（Leibniz）等人的新發現，加上適逢微積分的濫觴，才讓圓周率 π 的計算超越「基本計算」的層面，轉向尋找能更快速計算圓周率 π 的公式，因此接著上演的就是由夏普（Sharp）、梅琴（Machin）、歐拉（Euler）和拉塞福（Rutherford）等數學家共同演出「尋找最多位小數」的數學競賽。然而，這場費腦力的數學競賽，拜二十世紀桌上型計算機問世之賜才告落幕。最後，是由楚諾維斯基兄弟（David ＆ Gregory Chudnovsky）等人領銜主演的電腦時代（公元 1900 至今），計算 π 的近似值儼然已成爲考驗電腦的最佳工具之一，這一幕至今仍在上演中。

此外，作者作進一步探討的主題還有研究 π 的奇人楚諾維斯基兄弟、符號 π 和背誦 π。當然，與 π 有密切關係的三大幾何作圖難題之一「化圓爲方」，也是本書的焦點之一。「化圓爲方」其主要的限制在於利用直尺（僅能用來畫直線）和圓規，而且須在有限作圖步驟內完成。自古希臘以來，「化圓爲方」一直是數學家們想要解決的問題，要到 1882 年林德曼（Lindemann）證明了 π 的超越性，才正式宣告「化圓爲方」是一項不可能的任務。然而 π 的超越性爲何跑進「化圓爲方」的故事裡頭呢？事實上，因爲利用直尺和圓規所能作出的幾何圖形，僅限於用能被化約爲二次的代數方程來表示，所以證明出 π 的超越性（亦即無法以

[4] 畫上底線的文字爲本書章節名稱。

有限的代數方程來表示），也就是宣告無法以有限的尺規作圖表示出圓周率π。[5]等到 1882 年才由林德曼證明π的超越性，這個歷史難題才終告解決。至於「化圓爲方的人」的現代意義，則是用來形容白忙一場的人。

以下筆者就本書的內容提出個人的看法。

筆者認爲雖然本書旨在呈現π的奧妙趣味，但π本身是離不開其歷史發展的脈絡和其相關的數學知識內涵。因此，本書以π的歷史爲主軸，從中剪輯出精采片段，這樣的呈現方式，雖然讓讀者從中領略到π的奧秘與神奇，卻將π抽離歷史發展的情境中，僅是一些歷史人物與其成就的描述，忽略了當時環境與其成就的關聯；此外，本書僅限於數學名詞或定義的介紹，至於相關的數學知識內容並沒有作進一步的說明，容易讓一般讀者對π僅有類似「花絮」（如辛普森案、π的記憶詩等等）面向的認識，卻失去對π相關的數學知識內容作進一步了解的機會。

因此，筆者認爲本書僅提供關於π的歷史人物、紀錄的陳述和其相關的趣事，一般讀者卻沒有增進對數學歷史發展的背景和數學知識內容有深層認識的機會，至於有數學或數學史背景的讀者，也有隔靴搔癢之嫌。譬如：有關「化圓爲方」的解決和證明π的超越性之關聯，本書並未有清楚的交代（筆者在之前的內容介紹已補充說明）以及關於π是超越數的證明，筆者就「π是超越數」的證明在此補充說明。埃爾米特（Hermite）於 1873 年證明 e 是超越數，也就是說：不可能存在形如$ae^m + be^n + ce^p + ... = 0$（*）這樣的有限方程（*），其中 m、n、p…和各項係數（a、b、c…）皆爲有理數；林德曼則將埃爾米特的定理推廣至其中 m、n、p…和各項係數（a、b、c…）皆爲代數數的情況，換言之，不存在一有限方程 $ae^m + be^n + ce^p + ... = 0$，其中 m、n、p…和各項係數（a、b、c…）皆爲代數數。因此，根據形如（*）有限方程的歐拉定理$e^{i\pi} + 1 = 0$，其中 a = b = 1，c 和其他係數爲 0；n = 0 爲代數數，所以 m = iπ 必不爲代數數（即超越數），但 i 爲代數數，故π超越數。

另外，本書所引用的數學史的材料和文本，作者並未清楚交代其來源和出處，甚至本書的最後也沒有列出參考資料（除了在for more information on pi中所提及的兩本書外），在筆者看來這是一個嚴重的疏忽。或許是作者將本書設定爲一本數學普及讀物，認爲一般讀者可能不會重視這個「細節」，但是筆者認爲基於對讀者負責的態度，作者應該要詳實列出才是。

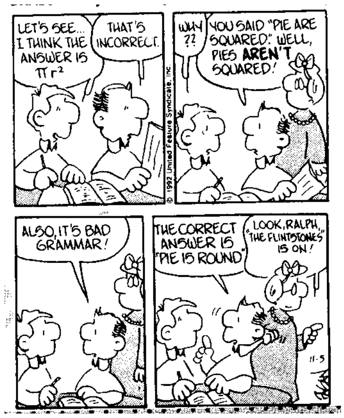
關於中譯本的內容，譯者大致上都能信實地將作者原意譯出。然而本書內容以數學和其歷史知識爲主要內容，沒有相關背景的譯者難免在有些地方未能盡善，針對較爲重要的部分，筆者在此提出並補充說明，讓讀者作爲參考。例如：（1）首先出現在 16 頁中的 “principle of exhaustion”應譯爲「窮竭法」或「窮盡法」，全書中的「窮舉法」皆誤譯；（2）35 頁中十一世紀的普賽洛斯（Psellus）最喜歡以圓外切和內接正方形的「幾何平均數」（或等比中項）去計算圓的面積；（3）79 頁中很多數學家以函數$\pi(n)$表示「小於或等於」n的質數數目等等。

[5]以上關於π的超越性爲何跑進「化圓爲方」的故事裡頭本書並未說明，是筆者補充的。參考Peter Beckmann, *A History of π*, 1971, St. Martin’s Press。

[6]另外，還有其他有出現遺漏或疏忽的地方，讀者在閱讀中文版時要特別注意。譬如： 77 頁中間的式子應如下式

$$\overline{\frac{16}{5}-\frac{4}{239}}-\frac{1}{3}\overline{\frac{16}{5^3}-\frac{4}{239^3}}-\ \&c. = 3.14159,\ \&c. = \pi.$$

；83 頁漫畫中的對話應保留原文（見右圖）才能讓讀者領略原意，否則由於語言上的差異反而變成為一則莫名其妙的笑話；以及最後一頁所提供的網址有誤，正確的是：http://www.joyofpi.com等等。[7]



以上是筆者根據自己有限的數學與數學史認識，針對本書內容作簡略的介紹以及提出個人粗略想法，並期待透過與原文書的核對，讓中文版更貼近原著，希望能提供給沒有機會閱讀原文書的讀者一些參考。

評介 KEITH DEVLIN 著《笛卡兒，拜拜！》

台師大數學研究所碩士班研究生 黃清揚

書名：笛卡兒，拜拜！（Goodbye,Descartes：The End of Logic and the Search for a New Cosmology of the Mind by Keith Devlin）

作者：Keith Devlin

譯者：李國偉、饒偉立

出版地：台北-天下遠見出版股份有限公司

出版時間：2000 年 5 月 1 日

頁數：372 頁

定價：360 元

ISBN：957-621-679-6（英文版 ISBN：0-417-14216-6）

一、前言

---

[6] 其它還有：15 頁中歐幾里得（Euclid，公元前 330？-275 年）《幾何原本》第十二卷的定理二應譯作：「兩圓的面積比等於其直徑平方比」較能貼近原意； 45 頁中 1663 年村松茂清（Muramatsu Shigekiyo）於日本發表的《算術》（Sanso）有兩點「值得注意」，而非兩大「重要性」，一是基於他公開自己的做法，並非「提出證明法」； 57 頁的圓周率年表中，1655 年的華理斯發現一個計算圓周率的「無窮有理乘積」，1671 年格雷果里僅發現反正切級數，後來才被用來計算圓周率；76 頁中華理斯用□「或希伯來文的men」來表示 $\pi/4$； 84-85 頁中劉維爾（Liouville）僅證明超越數的存在，尚未證出「π 也是超越數之一」，一直等到十九世紀的林德曼才證明 π 是超越數等等。

[7] 以及前言中 “spi (pi)”應是 “pi (pi)”；14 頁左行的希臘人階段，其年代應為「公元前五百年到公元後二百年」；30 頁的「阿卜杜勒」應改為「阿爾花拉子模」；35 頁遺漏知名天文學家雷蒂庫斯（Rhäticus）的生存年代（公元 1514-1576 年）；50 頁最下方的求出的最後一個數字 6 要加底線；59 頁圓周率的年表中 1983 年的家晃田村和安正金田利用HITAC M-280H，在「三十」個小時內計算出一千六百萬個位數；117 頁上方的數學詩的第一行少了第一個字「三」等等。

《笛卡兒，拜拜！》的作者德福林（Keith Devlin）是位數理邏輯學家，任教於加州聖瑪莉學院理學學院院長及數學教授、史丹佛大學「語言資訊研究中心」資深研究員，以及賓州匹茲堡大學資訊科學系的諮詢研究教授。作者身爲數學家，寫的這本書卻不是數學專書，而主要是在介紹人類如何研究心靈，特別是用以推理和溝通的心靈。德福林在書中回顧了邏輯學兩千多年來的歷史，包含數理邏輯及喬姆斯基笛卡兒式語言。藉由這些回顧，德福林說明了今日的數學家及科學家已經體認到資訊時代所遭逢的真正難題，並且也刺激我們自身去思考究竟什麼才是思考推理與對話的本質。目前科技發展日新月異，一躍千里。我們爲了滿足資訊時代的需求，更應該用新的想法來研究。

二、內容簡介

全書分十一章，以下就各章節做簡單的介紹：

第一章：「心靈的模式」。作者對邏輯及語言的發展做概略的介紹，從亞里斯多德（Aristotle,384-322BC）和柏拉圖（Plato,427-347BC）到二十世紀邏輯學家的研究，邏輯已經發展出了多采多姿的研究主題和成功的應用事例。但是用邏輯來了解推理和溝通的研究近年來碰到了瓶頸，這也是作者寫這本書的動機。有趣的是，在第一章結束之前，作者提出了「霍爾問題」（Monthy Hall problem），來說明冷靜嚴密的邏輯與自我利害的衝突。這個問題曾在美國引起相當大的回響，將它放在第一章是蠻好的寫法，可讓讀者與本書的距離拉近。

第二章：「追求秩序的熱情」。現代邏輯研究可說源起於古希臘時代，當時候的邏輯學派分爲斯多葛（Stoic）以及亞里斯多德，這裡分別介紹兩個學派的內容及它們對現代的邏輯研究所做的貢獻。

第三章：「思想律」。本章繼續討論希臘人之後邏輯學的發展，將重點放在布爾（George Boole,1815-64）之前的成就。此階段有幾位重要的人物，奧坎（William of Ocham,1295-1349）用公理化來研究邏輯；萊布尼茲（Gottrified W. Leibniz ,1646-1716）則在一六六六年則指出了邏輯進展的方向，並爲布爾的思想打開了序曲。筆者以爲作者刻意用線性的方式來說明邏輯史，容易讓讀者誤以爲只有這些人才對邏輯有貢獻。

第四章：「從符號到矽晶片」。本章正式討論到布爾的成就。布爾將邏輯思考化約爲求方程式的解，配合代表集合的符號進行代數運算。之後的研究，從命題邏輯、謂辭邏輯直到現代語言學及電腦科學，皆受到布爾的影響。

第五章：「語言的科學」。本章揭諸在喬姆斯基之前十九世紀末到二十世紀五０年代語言科學的研究進展。這些研究者包括瑞士的索緒爾（Ferdinand de Saussure,1857-1913）、美國的博厄斯（Franz Boas,1858-1942）、布隆費爾德（Leonard Bloomfield,1887-1949）等等。

第六章：「心靈的語言」。喬姆斯基（Noam Chomsky）一九五五年以＜Transformational Analysis＞這篇論文取得博士學位後導演了早期語言研究令人矚目的革命，他以語法爲研究主軸，而使用數學方法是他成功的關鍵。主張的文法稱爲衍生文法(片語結構文法)。喬姆斯基的理論引起相當多的爭議，然而他的理論卻也提供了許多的發展空間。例如語言學家用來

分析資料、電腦科學家用它來設計程式，試著讓電腦製造並理解自然的語言等。

第七章：「會思考的機器」。電腦是否能取代人腦成為主宰世界的首領？作者引用涂林（Alan M. Turing,1912-54）在一九五０年的經典論文＜計算機具與智力＞（Computing Machinery and Intelligence），在回答「機器能否思考」這個問題前，涂林解釋道：「某種特殊的機器已經引起了我們對『思考機器』興趣，這種機器就是所謂的『電子計算機』或『數位計算機』。」他的宣示帶出了一系列的研究，然而之後的發展卻不甚樂觀。尤其在一九八一年，日本宣布將要進行一項為時十年的龐大而有雄心的計畫，發展所謂「第五代電腦」再度失敗後，但到現在仍然沒有人發展出任何可以說是真正有智力的電腦系統。「是否有可能建立心靈與語言的科學？」這個問題值得令人再深究。

第八章：「溝通才是關鍵」。喬姆斯基將自己的語言學研究進路稱為笛卡兒語言學，強調以理性的方式，科學的分析語言的本質。自一九七０年代初期，語言學在社會學及心理學的影響下，形成社會語言學及心理語言學，喬姆斯基的語言學也因而得到彌補。而新一代的語言學家將語言視為人們進行溝通時所可能採用的眾多管道之一。但這些進展卻完全忽略溝通四要素：意義、脈絡、文化知識、對話結構。作者認為把這些要素以及它們在溝通中所扮演的角色納入考慮，我們就走出了邏輯的框架。走出來的意義不表示要完全放棄邏輯，而是要擴充邏輯的觀念。讀者要注意到作者非常強調這四個要素，這是接下來要批評喬姆斯基語言學的根據。

第九章：「語言的探戈」。日常生活中我們有許多對話並不合乎文法，這些對話討論起來不但與脈絡有關，同時也包含了不合文法的語辭。然而喬姆斯基的分析較難處理這方面的對話溝通。所以作者接下來討論種種有關溝通的研究，進而帶出「資訊」，並且點出我們對資訊的了解非常有限。

第十章：「赤霞貓的微笑」。資訊到底是什麼東西？我們的身邊總是環繞著資訊，資訊是抽象的事物，而我們所儲存和處理的是資訊的表徵。作者在本章中提出了資訊立場（informational stance）的觀點以及情境類型（situation type）的觀念，來幫助我們了解人類心靈的運作模式，並帶出了脈絡的重要性。簡單的說，要對溝通或推理進行恰當的分析，不可能不將脈絡納入考慮。

第十一章：「笛卡兒，拜拜！」。笛卡兒式科學的核心是研究與脈絡無關的現象，它讓人類獲得了現代所有的科學與技術。也就是依循它，研究者無力突破邏輯和語言之間的障礙，因此被迫將推理以及溝通放回脈絡之中。而脈絡理論將能為研究指引正確的方向，但脈絡理論本身又引發了一連串新難題。所以作者認為必須重新思考所謂的「科學理論」，而數學所扮演的工具箱角色，或是所謂的「軟數學」，將在未來的推理和溝通研究中佔有一席之地。

三、綜合評論

相信讀者閱讀完這本書，會對邏輯學及語言學的發展有更深刻的了解。我們知道過去自然科學的發展，原是希望能用最少、最漂亮的式子或語言來解釋自然界的現象。舉例來說：

畢氏學派的宇宙萬物皆爲數、物理學的大一統理論等等。但是這些概念發展到後來，我們會發覺不是行不通，就是不斷地修正理論使得理論變得愈來愈複雜，並且失去原來的用意。而當初笛卡兒去脈絡化的心物二元論的正是其中一個產物。沒錯，心物二元論的確影響了現代科學的發展，也得到了許多革命性的成就。但也就是因爲太強調去脈絡化，使得許多成就與現實格格不入，逼得我們不得不去正視這種困境。巴斯卡在一六七０年《沉思錄》中的一段話會是很貼切的，他說：「數學家荒謬地想以數學來處理有關知覺的事物…，心靈…不需要任何技術規則，就能沉默而自然的做到。」那我們該如何突破這種困境？也就是說：這些學科（本書是指有關日常推理與溝通的學科）接下來該要怎麼走呢？作者的建議或許是一個不錯的方向。

對於書中的內容，筆者有幾點想法：

1. 雖然書名爲《笛卡兒，拜拜！》，我們也要了解到作者的本意並不是要全然將它踢出，而是要以全新的眼光與角度來建立這些學科。誠如作者所說的「但如果在正確的時機中使用得當，這些工具都能對…有所貢獻，…，逐步推進我們對日常推理和溝通的科學理解。」。這是我們在讀這本書時要有的概念。
2. 在原書上，除了一些章節的開頭之外，其它地方是沒有任何注釋。作者所抱持的意見是：「對於一本想讓人從頭至尾一口氣讀完的書而言，注釋的存在會打斷閱讀的流暢。因此如果一個觀念對本書主題的發展有所助益的話，我就把他寫進正文，而如果需要到參考到某項資料時，我也會在正文裡敘明。…」。雖然如此，仍有些地方，因爲沒有適當的說明，讀者閱讀起來將會有所困難。如第十一章討論計程車犯案的問題中，作者提到運用貝式定律（Baye's law）來計算肇事車輛是藍色的機率是百分之四十一。如果能在這裡適當說明如何計算的話，相信讀者會較爲清楚。而中譯本中，譯者在這個地方給了適當的注釋。
3. 或許是德福林認爲本書主旨在人類的心智上，所以在邏輯的歷史比較沒有著重在十九世紀末、二十世紀初數學公理系統這一方面。這一部分在數學史中是相當精采的一個片段。
4. 德福林很強調笛卡兒心物二元論的影響力，筆者認爲我們也不可忽視歐幾里德（Euclid,c.300BC ）《幾何原本》的影響力。尤其當我們翻開牛頓（Issac Newton,1642-1727）的名著《自然哲學之數學原理宇宙體系》時，會發覺與《幾何原本》的脈絡幾乎一致。爲什麼牛頓要用這樣的方式來寫這本書？其實這是很有趣的問題。
5. 書中的「霍爾問題」及「計程車犯案問題」是考驗讀者的好題目。
6. 原書在大部分的人名之後並沒有給出生卒年，而中譯本有給出來。我想這是譯者細心之處。另外，在本書 80 頁，德摩根（Augustus De Morgan）的卒年有誤，應爲「1871」年。

總體來說，《笛卡兒，拜拜！》這本書作者以時間爲縱軸，將這方面的歷史娓娓道來，並將重點放在批評去脈絡的語言學。也因爲如此，一些作者認爲較不重要的部分就交代得不是很清楚。雖然如此，本書對一位想要了解邏輯及語言的讀者而言倒是不錯的選擇。以上淺見，供讀者們作參考。

我讀:《用漫畫來學幾何》

台師大數學研究所碩士班研究生 葉吉海

書名：用漫畫來學幾何（MANGA KIKA NYUUMON）
作者：岡部恆治（Okabe Tsuneharu）【著】　藤岡文世（Fujioka Fumiyo）【繪】
譯者：劉雪卿
出版者：國際村文庫書店有限公司
代理商：創智文化有限公司
出版時間：1999 年 12 月/初版
頁數：304 頁
定價：240 元
ISBN：957-754-638-2

一、前言

用「漫畫」來學「幾何」,「漫畫」、「幾何」，一個娛樂性高令人喜愛的「漫畫」，一是生澀令人血壓升高傷腦筋的「幾何」，兩個某種程度上互斥的東西，在岡部恆治與藤岡文世的合作之下，完成了這一本如封面文字所言,「輕鬆愉快地訓練頭腦」、「有趣！有趣！最適合培養創造性的書」。或許是這本書的期望，但整體而言，的確不失爲一本好的讀物。現今一般的中小學生對於漫畫有著一份特別的情感與興趣，以幾何內容爲骨架，披上漫畫的外衣，確實達到其輕鬆愉快的方式傳達數學的知識。就算不看幾何內容，看漫畫也能達到一定的成效。此種的結合方式就如同當初幾何跟代數的結合有異曲同工之妙，這本書的寫作靈感或許有從這兒來。

作者岡部恆治（Okabe Tsuneharu）出生於日本札幌市，東京大學理學部數學科畢業。現任埼玉大學經濟部教授，專攻位相幾何學（又名拓樸學 topology），具有以簡單有趣的方法解說大多數人引以爲苦的數學世界之才能。其想像力豐富而柔軟，深受好評（引自《用漫畫來學幾何》作者簡介）。以下先就其章節內容作大致的介紹。

二、內容簡介

作者的寫作，由內容可知設定的讀者爲高中生以上，內容編排由簡而難、基礎進而抽象，從初等幾何談起，至近代幾何。內容敘述環繞在老師和四位學生的對話上，老師爲主、學生爲輔，相輔相成。老師扮演熟稔幾何學脈絡、極富熱忱、循循善誘的角色，試圖以輕鬆活潑的方式將幾何分成不同的面向引到學生面前，透過對話聊天的方式帶進概念，生活化、有趣化、簡單化、拋磚引玉的形式與學生分享想法，四位學生就在這非教育的形式下接受了幾何的教育。四位學生當中，作者安排兩位程度較高、行爲正經，與老師互動性高的明奈和秀作，藉以引出重要觀念。另兩位是五郎和凡太，程度明顯較低，但富有創造力與想像力，全書的笑點幾乎都出自於這兩位。值得注意的是，雖然後兩位程度低但透過這種聊天對話輕鬆自在的方式，他們還是很樂於學習一般人聞之色變的「幾何」。這或許是作者刻意安排的情節，即不管你程度如何，透過這種學習方式，你可以自然而然獲得令人傷腦筋的知識。書中的情境就像孔子帶領門徒在閒話學問，也似逍遙學派優遊的學習方式。另外，作者巧妙的運用了

漫畫的無厘頭方式亦增添此書的可看性。

書一開頭就道出了作者的切入角度，「如何看圖形」。即使是相同的圖形，也會因爲每個人所採取的之立場的不同，產生各式各樣的掌握方法。思考有關圖形的看法，以及對於解決問題有什麼幫助。面積、長度、角度等這些初等幾何的基本討論對象，作者運用了許多生動有趣例子來詮釋各個角度的幾何看法。如：拉大便的方法（舞伴 cavalier 原理）、切割法、膨脹變形。名稱雖然粗俗，但卻令人深刻體會。前幾章的切入角度著實爲後面的章節鋪陳，「如何看圖形」，看圖形的角度不一，便產生了多種不同思維的幾何。

第三章，論證與計算。作者對於一般人誤解爲幾何等於論證，非常地不以爲然。幾何和論證是密不可分的，但並非是一體。故他非常贊同諾貝爾獎得主福井謙一的觀點，從「利用一條輔助線看出解答」的幾何樂趣當中，邊拉輔助線，邊玩味發現的樂趣。作者在這一章節對畢達哥拉斯學派著墨很多，美的事物、畢氏定理（三平方定理）、無理數的發現等。且藉由這些偉大的發現，闡述「發現」在數學上的重要。

第四章，證明的發生。作者一開始就舉芝諾（Zeno，490？-425 B.C.E）的四個悖論（反理論，Paradoxes）闡述因爲芝諾（Zeno，490？-425 B.C.E）的影響，使得數學研究者更注意「證明」。次提到「最初的證明」開始於泰勒斯把埃及的經驗幾何帶回希臘作「檢證」，這就像是某種程度的「證明」。最後引入歐幾里得的《幾何原本》（原論，Elements），《幾何原本》確定證明的形式，以公理爲基礎，用證明築起幾何的架構，即利用已被認爲是正確的事物，建立步驟，再從假設中導出結論。換句話說，決定了幾何的出發點。

第五章，訓練頭腦。介紹了歐幾里得的的五個設準（公準，Postulates）、演繹法、歸納法、牛頓的「運動法則」、三大作圖難題、柏拉圖的影響及柏拉圖學院等。內容談到「柏拉圖式」時，作者採納的某一說法認爲：柏拉圖是個同性戀者。另外，由於戰爭的因素，希臘爲了維持奴隸制度，市民輕實務，重視頭腦與身體的訓練。因此，數學是上流階層必備的教養。由於數學排除實用性，重視理念，而實用性高的工作，例如醫生，便是奴隸的工作。關於三大作圖難題，作者提供了一個利用器具的方法解決了三等分一角的難題。此章結尾作者指出，是奴隸社會造成三大難題。

第六章，從直線與圓到圓錐曲線。介紹阿基米德的生長背景及其作爲。阿基米德活躍於錫拉庫薩這個小國家，經常受到羅馬軍的攻擊，阿基米德（Archimedes，287-212 B.C.E）在這時空背景下，他做的是武器製造及實務性的事，跟歐幾里得的理論思考不一樣。還有阿波羅尼奧斯（Apollonius，250-175 B.C.E）的『圓錐曲線論』，他幾乎把所有的圓錐曲線的問題都作完了，使得後世的人幾乎沒有地方可下手。最後介紹海龍（赫倫，Heron，約西元三世紀）的面積公式。

第七章，爲什麼進入黑暗時代。作者提出四點原因說明，爲什麼從阿波羅尼奧斯（Apollonius，250-175 B.C.E）至十六世紀，只有零星的幾個人名而已。這段休眠時代又稱爲「中世紀歐洲的黑暗時代」。第八章，代數與幾何的結合。作者開門見山說，拯救歐洲中世

紀脫離黑暗時代的主要因素之一就是「代數」，當時的契機：斐波那契（菲博納奇，Fibonacci）的《算盤之書》。且亞洲代數學的傳入，與幾何學的結合，促成座標的建立，導致「解析幾何」的誕生。第九章，如何跨越黑暗時代。這章彙整關於「歐洲中世紀的黑暗時代」的消失原因，並再度強調幾項重點。其一是前章所述，來自不同領域及異文化的刺激。本章則提到科學技術的 4K 擔負的重大任務。文化方面，緩和了經院派的束縛，人文主義也對數學產生了良好的影響。

第十章以後著墨的地方擺在歐幾里得以外的幾何，對歐幾里得第五設準（公準，Postulates）的不滿，所導出的非歐幾何。非歐幾何，看起來不可能的幾何，卻可以意外地得出其現實性。也許這個世界就是非歐幾里得的世界。十二章講到幾何的復興，從歐幾里得之後，幾何學變的自由了，各種形式開始開花結果。然後，各種幾何誕生了。克萊茵的埃蘭開程式解答了，幾何到底是什麼？

三、綜合評論：

本書呈現結構大致完善，作者在書的前幾章運用一些有趣的幾何計量問題減低讀者對此書的戒心，增加閱讀慾望，達到作者接下來以時間為軸，陳述論證與幾何發展過程的目的。談到論證，除了作者所述的論證之初及論證的形式確定外，應該還有論證的背景需求。由於希臘自然環境多山及多島嶼且無法進行大規模的耕種。因而，無法發展一個中央政府，其基本的政治體制是城邦國家。這些城邦國家不管是民主制或者是君主制，但不是專制的。每一個政府都是由法律統治且鼓勵他的人民能去辯論跟討論。或許就是這個特色使得有發展數學論證的需要，因為辯論本身就有說服他人相信某一事實的目的。（參考 Victor J.Katz，A HISTORY OF MATHEMATICS）所以，亞里斯多德（Aristotle，384-322 B.C.E）的三段論證、演繹法、歸納法接踵而出。

歐幾里得的第五設準（公準，Postulates），作者採「通過直線 L 以外的一點 P，只能夠畫出一條與 L 平行的直線」的說法。而《幾何原本》（原論，Elements）上的敘述為「同一平面內一條直線和另外兩條直線相交，若在某一側的兩個內角的和小於二直角，則這二直線經過不確定地延伸下去，會在這一側相交」。雖然這兩個敘述等價，然而作者採用其說法或許對一般學生而言，是比較能夠瞭解的。

在談論古希臘數學家時，由於許多資料不可考，作者作了許多的「據說」的動作。「據說」這個動作的產生，對於一個文字工作者而言，是很不負責任的。但讀者群鎖定為高中生，又何嘗不為呢？畢氏定理的發現與提出證明者，有人說畢氏定理在畢達哥拉斯之前就已發現，而畢達哥拉斯是提供第一個證明的人。所以，稱這定理為畢氏定理；也有人說，在歐洲畢達哥拉斯最先發現這定理。所以，就命名為畢氏定理。關於這點眾說紛紜，也許畢達哥拉斯曾敘述過此定理，但有沒有證明它就不可考了。

書中有些名詞翻譯與現今名詞使用略有出入，《幾何原本》譯成《原論》，「商高定理」、「畢氏定理」譯成「三平方定理」，「海龍」譯成「赫倫」，「尤拉」譯成「歐拉」，「斐波那契」譯成「菲博納奇」等。

書中把柏拉圖說是同性戀者，畢氏門派的人外表邋遢，不知其用意為何。由於譯者沒有將作者寫作時的參考資料呈現出來，以致於不知作者這一番話的依據。

本書雖有漫畫的的色彩，但不失數學的味道，作者縱橫古今地將幾何發展演繹了一遍，相信讀者透過作者的寫作方式必定獲益良多。

1. 要訂閱請將您的大名，地址，**e-mail**至 **suhy@pchome.com.tw**
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請**e-mail**至**suhy@pchome.com.tw**
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：**http://math.ntnu.edu.tw/~horng**

祝大家下一個世紀依然幸福美滿