

# HPM 通訊

第三卷第十一期目錄 (2000年11月)

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）  
 主編：蘇惠玉（西松高中）  
 編輯小組：林榮生（西松高中） 黃振順（西松高中） 蘇意雯（成功高中）  
 邱靜如（實踐國中） 唐書志（百齡中學） 蘇俊鴻（新店高中）  
 洪秀敏（新竹高中） 洪誌陽（新北高中） 謝佳叡（台灣師大數學系）  
 林倉億（台師大數學系研究生） 陳鳳珠（台師大數學系研究生）  
 黃清揚（台師大數學系研究生）  
 葉吉海（台師大數學系研究生） 黃哲男（台師大數學系研究生）

創刊日：1998 年 10 月 5 日 每月 5 日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

《算數書》特刊

## 兩千一百八十六年前的 《算數書》 專輯說明

台灣師大數學系 洪萬生教授

《算數書》在出土十七年後終於全文公佈，這是千禧年中國數學史學界的盛事。這一部竹簡書是在一九八四年底到翌年初，於湖北張家山漢墓中被考古學家發現，由於它最晚在西漢呂后二年（公元前 186 年）問世，是目前已知的中算史最早文獻，所以，對於中國先秦時期算學風貌之重建至為重要。

過去，中算史家對於先秦時期的數學知識活動，總是利用《九章算術》的內容去做逆溯的外推，可惜，瞎子摸象，一直無法窺其全貌。一般而言，儘管史家都承認先秦諸子百家思想活潑，對論證形式之研究也不無興趣，然而，中國數學由《九章算術》的實用性格定下了基調，卻是他們認為不爭的事實。在這種關聯下，《九章算術》這一部原先被認為是東漢初期的數學作品，問世時間或許能推前得更早一些，對於史家如何刻劃中國數學風格，想必也不會有太大的改變，更何況它現存的最早文本（前五章）是公元 1213 年後的南宋印刷本。

現在，依據《算數書》的內容，我們對於本書、《九章算術》與先秦數學三者之間的關係，劉徽（公元 263 年注《九章算術》）與先秦數學的關係，乃至於先秦數學知識活動與先秦思想家的關係，都可以獲得比較具體的觀照角度。因此，我們同意中國數學史家郭書春與劉鈍的看法：繼八十年代以來《九章算術》及其劉徽注之研究熱潮後，《算數書》勢將成為中算史界的另一個聚焦主題。

有鑒於此，筆者在十月上旬承郭書春惠寄〈【算數書】釋文〉（江陵張家山漢簡整理小組，刊《文物》2000 年九月號）之後，即著手撰寫〈《算數書》初探〉、〈《算數書》 vs. 《九章算術》〉與〈《算數書》的幾則論證〉三篇論文。此外，筆者並將這些初步的研究心得，提供給

『古代數學典籍研讀』課堂的研究生討論，並且鼓勵他們校勘、解讀《算數書》這個文本。有了郭書春來訪的面授機宜，他（她）們看來已經漸漸地熟悉了相關的學術門道。在本期中，我們特別推出『算數書專輯』，請大家先來驗收她（他）們在這一方面的初試啼聲之作，至於他（她）們的進一步研究成果，則留待以後再說。

## 《算數書》校勘

台師大數學言較所博士班研究生成功高中 蘇意雯老師

新店高中 蘇俊鴻老師

西松高中 蘇惠玉老師

台師大數學研究所碩士班研究生 陳鳳珠

台師大數學研究所碩士班研究生 林倉億

台師大數學研究所碩士班研究生 黃清陽

台師大數學研究所碩士班研究生 葉吉海

### 1. 相乘<sup>1</sup>

寸而乘寸，寸也；乘尺，十分尺一也；乘十尺，一尺也；乘百尺，十尺也；乘千尺，百尺也。半乘尺，廿分尺一也； $\cdot$ 楊三分寸乘尺，<sup>2</sup>卅分尺一也；四分寸乘尺，四十分尺一也；五分寸乘尺，五十分尺一也；六分寸乘尺，六十分尺一也；七分寸乘尺，<sup>3</sup>七十分尺一也。<sup>4</sup>八分寸乘尺，八十分尺一也。一半乘一，半也；乘半，四分一也。三分而乘一，三分一也；乘半，六分一也；乘三分，九分一也。四分而乘一也， $\cdot$ 楊四分一也；乘半，八分一也；<sup>5</sup>乘

<sup>1</sup> 此題舉實例說明分數的乘法，參見注 5。

<sup>2</sup> 「 $\cdot$ 」符號大都用在篇題或用以表示章句的符號。」（徐富昌，《睡虎地秦簡研究》，（台北：文史哲，1993）頁 194）此外，本句中的「楊」字，「這可能是代墓主人抄寫《算數書》的代筆人的姓氏。」（吳文俊主編，《中國數學史大系第一卷》，（北京：北京師範大學，1998）頁 295）下文中其他單獨的「楊」字或「王」字，解釋同此。

<sup>3</sup> 原文為「七分乘尺」。

<sup>4</sup> 原文為「七十八分一也」，今根據前後文及計算結果，改為「七十分尺一也」。

<sup>5</sup> 原文為「卅分尺一也」，今根據前後文及計算結果，將之改為「八分一也」。此外，原文中，「四分寸乘尺，四十分尺一也；五分寸乘尺，五十分尺一也；六分寸乘尺，六十分尺一也；七分寸乘尺，七十分尺一也。」是接在「乘半，八分一也；」之後，也就是「楊四分一也；乘半，八分一也；四分寸乘尺，四十分尺一也；五分寸乘尺，五十分尺一也；六分寸乘尺，六十分尺一也；七分寸乘尺，七十分尺一也。乘三分，十二分一也；乘四分，十六分一也。」，今更改句子的順序理由有二：一是若照原順序，則「乘三分，十二分一也；乘四分，十六分一也。」中並未說明是何者「乘三分」、「乘四分」；二是若更動其順序，則不但何者「乘三分」、「乘四分」的問題自然迎刃而解，而且就整體的結構而言，也變得十分明確：先是寸乘寸，而後是寸乘

三分，十二分一也；乘四分，十六分一也。五分而乘一，五分一也；乘半，十分一也；乘三分，十五分一也；乘四分，廿分一也；乘五分，廿五分一也。乘分之術曰：母乘母為法，子相乘為實。

## 2. 分乘<sup>6</sup>

分乘分術皆曰：母相乘為法，子相乘為實。<sup>7</sup>

## 3. 乘<sup>8</sup>

少半乘少半，<sup>9</sup>九分一也；半步乘半步，四分一也；半步乘少半步，六分一也；少半乘大半<sup>10</sup>，九分二也；五分乘五分，廿五分一；四分乘四分，十六分一；四分乘五分，<sup>11</sup>廿分一；五分乘六分，卅分一也；七分乘七分，四十九分一也；六分乘六分，卅六分一也；六分乘七分，<sup>12</sup>四十二分一也；七分乘八分，五十六分一也。一乘十，十也；十乘萬，十萬也；千乘萬，千萬。一乘十萬，十萬也；十乘十萬，百萬。半乘千，五百。一乘百萬，百萬；十乘百萬，千萬。半乘萬，五千；十乘千，萬也；百乘萬，百萬；半乘百，五十。

## 4. 增（增）減分<sup>13</sup>

增分者，增其子；減分者，增其母。

## 5. 分當半者<sup>14</sup>

諸分之當半者，倍其母；當少半者，三其母；當四分者，四其母；當五分者，五其母；當十、百分者，輒十、百其母，如欲所分。

## 6. 分半者<sup>15</sup>

雖有百分以此進之。

## 7. 約分<sup>16</sup>

尺，接下來是無單位的乘法，最後才是乘分之術的術文；而在無單位的乘法中，可以看出其模式是（為方便起見，使用今日的符號） $\frac{1}{n} \times 1, \times \frac{1}{2}, \dots, \times \frac{1}{n}, n=2, 3, 4, 5$ 。

<sup>6</sup> 所謂的分乘，就是分數的乘法。此題說明分數的乘法法則，相當於  $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$ 。

<sup>7</sup> 分乘分術就是《九章算術》中的乘分術：「母相乘為法，子相乘為實，實如法而一。」

<sup>8</sup> 此題舉實例說明分數及整數的乘法。

<sup>9</sup> 「少半」就是  $\frac{1}{3}$ 。

<sup>10</sup> 「大半」就是  $\frac{2}{3}$ 。

<sup>11</sup> 原文為「四乘五分」，今增一「分」字。

<sup>12</sup> 原文為「六分乘七」，今增一「分」字。

<sup>13</sup> 此題說明一個分數的分子增大，則其值增大；分母增大，則其值減少。

<sup>14</sup> 此題說明若要將一個分數變為原來的  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{10}$  及  $\frac{1}{100}$ ，則依次將分母增為 2 倍、3 倍、4 倍、5 倍、10 倍及 100 倍。

<sup>15</sup> 此題承接題五，說明即使要分為百分以上，只要仿照題五的算法即可。

約分術曰：以子除母，母亦除子，子母數交等者，即約之矣。有（又）曰，約分術曰：可半，半之，可令若干一、若干一。•其一術曰：以分子除母，少（小）以母除子，子母等以為法，子母各如法而成一。<sup>17</sup>不足除者可半，半母亦半子。•二千一十六分之百六十二，•約之百一十二分之九。<sup>18</sup>

## 8. 合分<sup>19</sup>

合分術曰：母相類，子相從；母不相類，可倍、倍，可三、三，可四、四，可五、五，可六、六，七亦輒倍、倍，及三、四、五之如母，母相類者，子相從。其不相類者，母相乘為法，子互乘母并以為實，如法成一。今有五分二、六分三、十一分八、十一分七、三分二為幾何？曰：二錢六十分錢五十七，其術如右方。<sup>20</sup>五人分七錢少半、半錢，人得一錢卅分錢十七。術曰：下三分，以一為六，即因而六，人以為法，亦六錢以為實。<sup>21</sup>有（又）曰：母乘母為法，子互乘母為實，<sup>22</sup>實如法而一。其一曰：可十、十，可九、九，可八、八，可七、七，可六、六，可五、五，可四、四，可三、三，可倍、倍，母相類止。母相類，子相從。<sup>23</sup>

## 9. 經分<sup>24</sup>

經分以一人命其實，故曰：五人分三有（又）半、少半，各受卅分之廿三。其術曰：下有少半，以一為六，以半為三，<sup>25</sup>以少半為二，并之為廿三，即值（置）一數，因而六之以命其實。有（又）曰，術曰：下有半，因而倍之；下有三分，因而三之；下有四分，因而四之。<sup>26</sup>

## 10. 出金<sup>27</sup>

<sup>16</sup> 此題說明分數的約分法則，最後並舉為  $\frac{162}{2016} = \frac{9}{112}$  例。

<sup>17</sup> 利用分子、分母輾轉相減所得到的數為「法」，「子母各如法而成一」就是用「法」去約分。

<sup>18</sup> 《九章算術》中亦有約分術：「可半者半之；不可半者，副置分母、子之數，以少減多，更相減損，求其等也。以等數約之。」可以看出，《九章算術》的約分術綜合了《算數書》的三則約分術。

<sup>19</sup> 此題說明分數相加的法則。

<sup>20</sup> 「今有五分二、六分三、十一分八、十一分七、三分二為幾何？曰：二錢六十分錢五十七，其術如右方。」此句無論從計算答案上來看，或從題目與答案的形式上來看，皆不相符。可能的修改法有二，其一將「二錢六十分錢五十七」改為「三百卅分九百六十七」；其二是將題目與答案視為獨立，其分別缺漏了答案與題目，因此整句可改為「今有五分二、六分三、十一分八、十一分七、三分二為幾何？曰：三百卅分九百六十七。……曰：二錢六十分錢五十七，其術如右方。」其中的第二個題目並不可知。

<sup>21</sup> 此術文說明如何求「五人分七錢少半、半錢」。一般來說，「法」、「實」分別指分母與分子，但按此術文，並不能得到正確的算法，不過筆者亦不知如何更改之。

<sup>22</sup> 原文為「子羨乘母為實」，但翻閱字典及《說文解字》，發現「羨」並無互相或類似之意，其餘意義亦無法說明此句，所以根據上文，將「羨」改為「互」。

<sup>23</sup> 《九章算術》中亦有合分術：「母互乘子，并以為實。母相乘為法。」兩相比較之下，可看出《九章算術》所提供的術文十分地簡潔，並適用於所有的情形。

<sup>24</sup> 此題是在說明如何求  $(3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \div 5$ ，分子為  $6 \times (3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = 23$ ，分母為 30。

<sup>25</sup> 原文為「以半為一」，今將「一」改為「三」以符合算法與答案。

<sup>26</sup> 經分即是《九章算術》中的經分：「以人數為法，錢數為實，實如法而一。」

<sup>27</sup> 此題包含兩小題。第一小題是求  $3\frac{5}{9}$  銖減去  $\frac{6}{7}$  銖剩下多少。做法為  $3\frac{5}{9} - \frac{6}{7} = \frac{32}{9} - \frac{6}{7} = \frac{170}{63} = 2\frac{44}{63}$ 。第二小

有金三朱（銖）九分朱（銖）五，今欲出其七分朱（銖）六，問餘金幾何。曰：餘金二朱（銖）六十三分朱（銖）四十四。其術曰：•以九分朱（銖）乘三朱（銖）與小五相從。<sup>28</sup>母相乘也為法，子互乘母各自為實，以出除焉，餘即餘也。<sup>29</sup>今有金七分朱（銖）之三，益之幾何而為九分朱七？<sup>30</sup>曰：益之六十三分朱（銖）廿二。•術曰：母相乘為法，子互乘母各自為實，以少除多，餘即益也。<sup>31</sup>

### 11. 共買材<sup>32</sup>

三人共材，以賈（價）一人出五錢，一人出三錢，<sup>33</sup>一人出二錢。•今有贏四錢，欲以錢數衰分之。出五者得二錢，出三者得一錢五分錢一，出二者得五分錢四。術曰：并三人出錢數以為法，即以四錢各乘所出錢數，如法得一錢。

### 12. 狐出關

狐、狸、犬出關，租百一十一錢。犬謂狸、狸謂狐：而（爾）皮倍我，出租當倍哉。<sup>34</sup>問出各幾何。得曰：犬出十五錢七分六，狸出卅十一錢七分五，<sup>35</sup>狐出六十三錢七分三。<sup>36</sup>術約：令各相倍也并之七為法，以租各乘之為實，實如法得一。<sup>37</sup>

### 13. 狐皮

狐皮卅五裁、<sup>38</sup>狸皮廿五裁、犬皮十二裁借出關，關并租廿五錢，問各出幾何。得曰：狐出十二錢七十二分十一，<sup>39</sup>狸出八錢七十二分四十九，<sup>40</sup>犬出四錢七十二分十二。<sup>41</sup>術：并價為法，以租各乘價為實。<sup>42</sup>

### 14. 女織

題是求  $\frac{3}{7}$  銖加上多少後會等於  $\frac{7}{9}$  銖。做法為  $\frac{7}{9} - \frac{3}{7} = \frac{49}{63} - \frac{27}{63} = \frac{22}{63}$

<sup>28</sup> 原文為「以九分朱（銖）乘三朱（銖）與小五相除」，今根據算法及答案，今「除」改為「從」。

<sup>29</sup> 原文中，此術文的順序為「其術曰：母相乘也為法，子互乘母各自為實，以出除焉，餘即餘也。•以九分朱（銖）乘三朱（銖）與小五相從。」今將「以九分朱（銖）乘三朱（銖）與小五相從」接在「其術曰：」後，此術文便完整地敘述了此題的做法。

<sup>30</sup> 原文為「益之幾何而為九分七」，今增一「朱」字。

<sup>31</sup> 《九章算術》中亦提供了分數相減的減分術：「母互乘子，以少減多，餘為實。母相乘為法，實如法而一。」

<sup>32</sup> 此題是三個人分別出 5 錢、3 錢和 2 錢買材，今盈餘 4 錢，求三人各該分得多少錢。做法為得錢數 =  $4 \times \frac{\text{出錢數}}{5+3+2}$

<sup>33</sup> 原文為「一人出三」，今增一「錢」字。

<sup>34</sup> 原文「哉」字殘缺不全。

<sup>35</sup> 原文無「七」。

<sup>36</sup> 同 35。

<sup>37</sup> 其作法為設犬 1、狸 2、狐 4，則  $1+2+4=7$ ，

$$\text{犬：} \frac{111}{7} \times 1 = 15 \frac{6}{7}, \text{狸：} \frac{111}{7} \times 2 = 31 \frac{5}{7}, \text{狐：} \frac{111}{7} \times 4 = 63 \frac{3}{7}。$$

<sup>38</sup> 原文以下「裁」字皆殘缺不全。

<sup>39</sup> 原文無「錢」。

<sup>40</sup> 此句原文為「狸出八分四十九」。

<sup>41</sup> 此句原文為「犬出四分十二」。

<sup>42</sup> 其作法為  $35+25+12=72$ ，則

$$\text{狐：} \frac{25}{72} \times 35 = 12 \frac{11}{72}, \text{狸：} \frac{25}{72} \times 25 = 8 \frac{49}{72}, \text{犬：} \frac{25}{72} \times 12 = 4 \frac{12}{72}。$$

鄰里有女惡自喜也，織曰：自再五日織五尺。問始織日及其次各幾何。<sup>43</sup>曰：始織一寸六十二分寸卅八，次三寸六十二分寸十四，次六寸六十二分寸廿八，次尺二寸六十二分寸五十六，次一尺五寸六十二分寸五十。術曰：直（置）二、直（置）四、直（置）八、直（置）十六、直（置）卅二，并以為法，以五尺（偏）遍乘之各自為實，實如法得尺。不盈尺者十之，如法一寸。不盈寸者，以法命分。<sup>44</sup> 王已讎<sup>45</sup>

### 15. 并租

禾三步一斗，麥四步一斗，荅五步一斗，<sup>46</sup>今并之租一石，問租幾何。得曰：禾租四斗四十七分十二，麥租三斗四十七分九，<sup>47</sup>荅租二斗四十七分二十六。<sup>48</sup>術曰：直（置）禾三步、麥四步、<sup>49</sup>荅五步，令禾乘麥為荅實，荅乘禾為麥實，各□直（置）之以一石各乘之□□□為實，四十七為法而一斗。<sup>50</sup>

### 16. 負米

人負米不智（知）其數以出關，關三，稅之一，已出，餘米一斗。問始行齎米幾何。<sup>51</sup>得曰：齎米三斗三升四分三。術曰：直（置）一關而參（三）倍為法，<sup>52</sup>有（又）直（置）米一斗而三之，有（又）三倍之而關數焉為實。<sup>53</sup>

### 17. 金賈（價）

金賈（價）兩三百一十五錢，今有一朱（銖），問得錢幾何。曰：得十三錢八分一。術曰：直（置）一兩朱（銖）數以為法，以錢數為實，實如法得一錢。廿四朱（銖）一兩，三百八十四朱（銖）一斤，萬一千五百廿朱（銖）一鈞，四萬六千八十朱（銖）一石。<sup>54</sup>

<sup>43</sup> 本題與《九章算術》『衰分』第四題「今有女子善織，日自倍，五日織五尺。問日織幾何？」題目答案均相同。但後者多了「日自倍」，使題目更為完整。這或許可為《算數書》為《九章算術》之摹本添一佐證。

<sup>44</sup> 其作法為始織日： $\frac{5}{2+4+8+16+32} \times 2 = 1\frac{38}{62}$ ，次日： $\frac{5}{2+4+8+16+32} \times 4 = 3\frac{14}{62}$ ，  
再次日： $\frac{5}{2+4+8+16+32} \times 8 = 6\frac{28}{62}$ ，再次日： $\frac{5}{2+4+8+16+32} \times 16 = 12\frac{56}{62}$ ，  
再次日： $\frac{5}{2+4+8+16+32} \times 32 = 15\frac{50}{62}$

<sup>45</sup> 在文後「王已讎」以及之後的「楊已讎」，筆者推測可能為姓王的人士和姓楊的先生已經作答或校對了這些題型。因為在《大辭典》（三民書局，1985）裡，讎可以當作**應答、對答**。《說文》「讎，猶鷹也。」〈詩·大雅·抑〉「無言不讎，無德不報。」集傳：「讎，答。」另一種可能的解釋為讎校：校對文字。〈後漢書·皇后紀和熹鄧皇后〉「詣'來觀'讎校傳記。」注：「讎，對也。」〈文選·左思·魏都賦〉「讎校篆籀，篇章畢觀。」善注：「“風俗通”曰：『案：'劉向'“別錄”：讎校，一人讀書，校其上下，得繆誤為校；一人持本，一人讀書，若怨家相對為讎。』」。

<sup>46</sup> 「荅」即 小豆。

<sup>47</sup> 原文無「四十七」。

<sup>48</sup> 同 47。

<sup>49</sup> 原文「麥」誤作「吏」。

<sup>50</sup> 其作法為：因為禾 3 步一斗、麥 4 步一斗、荅 5 步一斗，則禾實 20、麥實 15、荅實 12，

禾租： $\frac{10}{20+15+12} \times 20 = 4\frac{12}{47}$ ，麥租： $\frac{10}{20+15+12} \times 15 = 3\frac{9}{47}$ ，  
荅租： $\frac{10}{20+15+12} \times 12 = 2\frac{26}{47}$ 。

<sup>51</sup> 原文「齎」作俗字「賚」，攜帶之意。

<sup>52</sup> 彭浩認為「置一關」其後應加接「餘不稅者」。彭浩，〈中國最早的數學著作《算數書》〉，《文物》2000 年第九期，頁 85-90。

<sup>53</sup> 其作法為  $\frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} = 3\frac{3}{8}$ ，三斗八分三 = 三斗三升四分三。

<sup>54</sup> 其作法為  $\frac{315}{24} = 13\frac{1}{8}$ 。

**18. 舂粟**

稟粟一石舂之為八斗八升，當益耗（耗）粟幾何？<sup>55</sup>曰：二斗三升十一分升八。術曰：直（置）所得米升數以為法，有（又）值（置）一石米粟升數而以耗（耗）米升數乘之，如法得一升。<sup>56</sup>

**19. 銅耗（耗）**

鑄銅一石耗（耗）七斤八兩。今有銅一斤八兩八朱（銖），問耗（耗）幾何。得曰：一兩十二朱（銖）銖二分朱（銖）一。<sup>57</sup>術曰：直一石朱（銖）數為法，<sup>58</sup>亦直（置）七斤八兩者朱（銖）數，以一斤八兩八朱（銖）者朱（銖）數乘之，如法一朱（銖）。<sup>59</sup>

**20. 傳馬<sup>60</sup>**

傳馬日二匹共芻稿二石，<sup>61</sup>令芻三而稿二。今馬一匹前到，問予芻稿各幾何。曰：予芻四斗、稿二斗泰（大）半斗。術曰：直（置）芻三、稿二并之，以三馬乘之為法，以二石乘所直（置）各自為實。<sup>62</sup>

**21. 婦織**

有婦三人，長者一日織五十尺，中者二日織五十尺，少者三日織五十尺。今織有攻（功）五十尺，問各受幾何尺。其得曰：長者受廿五尺，中者受十六尺有（又）十八分尺之十二，少者受八尺有（又）十八分尺之六。其術曰：直（置）一、直（置）二、直（置）三而各幾以為法，有（又）十而五之以為實，如法而一尺。不盈尺者，以法命分。•三為長者實，二為中者，一為少者。<sup>63</sup> 楊已讎<sup>64</sup>

**22. 羽矢<sup>65</sup>**

羽二喉（猴）五錢。今有五十七分侯（猴）卅七，<sup>66</sup>問得幾何？曰：得一錢百一十四分錢七十一。術曰：二乘五十七為法，以五成卅七為實，如法一錢，不盈，以法命分。

**23. 漆（漆）錢<sup>67</sup>**

漆（漆）斗卅五錢。今有四十分斗五。問得幾何錢。曰：得四錢八分錢三。術曰：以四十為

<sup>55</sup> 「益」為多之意。

<sup>56</sup> 本題因無法了解其題目意含，故不予解讀。

<sup>57</sup> 原文誤作「一兩十一銖百四十四分銖九十一」。

<sup>58</sup> 此處之「直」亦應為「置」。

<sup>59</sup> 其作法為：一斤八兩八銖=584 銖，一石=46080 銖，七斤八兩=2880 銖

$$\text{則 } \frac{584}{46080} \times 2880 = 36 \frac{1}{2}。$$

<sup>60</sup> 即驛馬。

<sup>61</sup> 「芻」即草，「稿」即禾桿。

<sup>62</sup> 其作法為芻： $\frac{20}{(3+2) \times 3} \times 3 = 4$ ，稿： $\frac{20}{(3+2) \times 3} \times 2 = 2 \frac{2}{3}$ 。

<sup>63</sup> 其作法為長者： $\frac{50}{(1+2+3)} \times 3 = 25$ ，中者： $\frac{50}{(1+2+3)} \times 2 = 16 \frac{12}{18}$ ，少者： $\frac{50}{(1+2+3)} \times 1 = 8 \frac{6}{18}$

<sup>64</sup> 同 45。

<sup>65</sup> 此題為比例問題，及分數的除法。2 枝羽 5 錢，57 人分 37 枝與所得之錢： $\frac{37 \times 5}{2 \times 57}$ 。

<sup>66</sup> 本文為四十七，但從「術曰」中，可看出應為卅七才是。

<sup>67</sup> 此題亦為比例，用到分數的乘法： $\frac{5 \times 35}{40}$ 。

法，以五乘卅五為實，實如法得一錢

☐<sup>68</sup>

#### 24. 繒幅<sup>69</sup>

繒幅廣廿二寸，袤十寸，賈（價）廿三錢。今欲買從利廣三寸、袤六十寸，問積寸及賈（價）錢各幾何。<sup>70</sup>曰：八寸十一分寸二，賈（價）十八錢十一分錢九。術曰：以廿二寸為法，以廣從相乘為實，實如法得一寸。亦以一尺寸數為法，以所得寸數乘一尺賈（價）錢數為實，實如法得一錢。<sup>71</sup>

#### 25. 息錢<sup>72</sup>

貸錢百，息月三。今貸六十錢，月未盈十六日歸，<sup>73</sup>計息幾何？得曰：廿五分錢廿四。術曰：計百錢一月，積錢數以為法，直（置）貸錢以一月百息錢息乘之，有（又）以日數乘之為實，實如法得一錢。

#### 26. （飲）漆（漆）<sup>74</sup>

（漆）一斗（飲）水三斗，而槃（盤）（飲）水二斗七升即槃（盤）。問餘（漆）、水各幾何。曰：餘（漆）卅七分升卅，餘水二升卅七分升七。術曰：以二斗七升者同一斗，卅七也為法，有（又）直（置）廿七、十升者各三之為實，實如法而一。<sup>75</sup>

#### 27. 稅田

稅田廿四步，八步一斗，租三斗。今誤券三斗一升，<sup>76</sup>問幾何步一斗。<sup>77</sup>得曰：七步卅一分步廿三而一斗。<sup>78</sup>術曰：三斗一升者為法，十稅田，令如法一步。

#### ／ 28. 程竹<sup>79</sup>

程曰：竹大八寸者為三尺簡百八十三，今以九寸竹為簡，簡當幾何？曰：為二百五簡八分簡

<sup>68</sup> 此符號表示原竹簡缺字字數無法確定。

<sup>69</sup> 「繒」為絲織品的總稱。

<sup>70</sup> 積寸即求以廣（寬）廿二寸為單位，所要買的廣三寸，袤（長）六十寸的面積需幾個單位。

<sup>71</sup> 積寸為  $\frac{3 \times 60}{22}$ ，買廣三寸，袤（長）六十寸的價錢為  $\frac{3 \times 60 \times 23}{22 \times 10}$ 。

<sup>72</sup> 本題為衰分問題。利率為貸錢百，月息三。貸六十錢，不滿 1 月，只有 16 日即還，則利息為： $\frac{60 \times 3 \times 16}{100 \times 30}$ 。

<sup>73</sup> 本文做「月未盈十六日歸」，從題意推應為「月未盈十六日歸」才合理。

<sup>74</sup> 為確保生漆的供應，政府在產漆地設立漆園，以注入的水量的多少（即為「飲水」）來確定生漆的質與量是否合格。參考彭浩著，〈中國最早的數學著作《算數書》〉。不過此題因不曉得是如何確定漆的質與量，且「槃」字作何解亦不知，故無法解釋。

<sup>75</sup> 餘水： $\frac{27 \times 3}{27 + 10}$ ，餘漆： $\frac{10 \times 3}{27 + 10}$ 。

<sup>76</sup> 「誤券」，表示契約有變動。請參考題 37。

<sup>77</sup> 本題題意為：有一田面積 24 步，每八步租稅一斗，24 步收三斗。若 24 步的田改為收三斗一升，那麼幾步要收一斗： $\frac{10 \times 24}{31}$ 。

<sup>78</sup> 原文為「七步卅七分步廿三而一斗」，但由算法得答案應為「七步卅一分步廿三而一斗」才是。

<sup>79</sup> 此題為比例問題。

七。術曰：以八寸為法。<sup>80</sup>程曰：八寸竹一個為尺五寸簡三百六十六。今欲以此竹為尺六寸簡，簡當幾何？曰：為三百四十三八分簡一。<sup>81</sup>術曰：以十六寸為法。<sup>82</sup>

### 29. 醫

程曰：醫治病者得六十筭（算）□□廿筭（算）□□程□弗……得六十而負幾何？曰：負十七筭（算）二百六十九分筭（算）十一。其術曰：以今得筭（算）為法，令六十乘負筭（算）為實。

### 30. 石（率）<sup>83</sup>

石（率）之術曰：以所賣買為法，以得錢乘一石數以為實，其下有半者倍之，少半者三之，有斗、升、斤、兩、朱（銖）者亦皆破其上，令下從之以為法，錢所乘亦破如此。

### 31. 賈鹽

今有鹽一石四斗五升少半升，賈取錢百五十欲石（率）之，為錢幾何？<sup>84</sup>曰：百三錢四百卅六分錢九十二。<sup>85</sup>術曰：三鹽之數以為法，亦三一石之升數，以錢乘之為實。

### 32. 挈脂<sup>86</sup>

有米三斗，問用脂米各幾何，為挈幾何。曰：用脂六斤，水四升半升，<sup>87</sup>為挈脂十斤十二兩十九朱（銖）五分朱（銖）一。為挈，米一斗、水一升半升、脂二斤，為挈脂三斤五分斤三。<sup>88</sup>今有脂五斤，問用米、水為挈各幾何。得曰：用米二斗半升，水三斗四分升三，為挈九斤。術曰：以廿為法，直（置）水十五、米十、如卅六以五乘之為實，實如法得水、米各一升、挈一斤。<sup>89</sup>不盈，以法命分，其以挈、米、亦一兩，得九分之五也。<sup>90</sup>

### 33. 取程<sup>91</sup>

取程十步一斗，今乾之八升，<sup>92</sup>問幾何步一斗。問得田：十二步半一斗。術曰：八升者為法，

<sup>80</sup> 按照比例，八寸改為以九寸為簡： $\frac{183 \times 9}{8}$ 。

<sup>81</sup> 原文為「三百廿三八分簡一」，由算法來看，應改為「三百四十八分簡一」才正確。

<sup>82</sup> 按照比例，1尺五寸改為1尺六寸為簡： $\frac{366 \times 15}{16}$ 。

<sup>83</sup> 為已知所買賣物品的數量及付出（或收入）錢數，求每石的價格的算法。參考彭浩著，〈中國最早的數學著作《算數書》〉。

<sup>84</sup> 題意為鹽一石四斗五又 $\frac{1}{3}$ 升，賣一百五十錢，則一石多少錢。一石四斗五又 $\frac{1}{3}$ 升先乘以3得436升，所以一石為 $\frac{150 \times 100 \times 3}{436}$ 錢。

<sup>85</sup> 原文為「百三錢四百卅六分錢九十五」，由算法得答案應改為「百三錢四百卅六分錢九十二」才是。

<sup>86</sup> 此題為米、水、脂、挈脂的比例問題。

<sup>87</sup> 原文為「水二升半升」，從算法來看，應改為「水四升半升」。

<sup>88</sup> 原文的比例為「為挈，米一斗、水一斗半升、脂廿斤，為挈脂卅六斤」，但從「術曰」及「得曰」來看，比例應改為「為挈，米一斗、水一升半升、脂二斤，為挈脂三斤五分斤三」才合理。

<sup>89</sup> 將米、水、脂、挈脂的比例乘以10，再按照脂為5斤的比例求米、水、挈脂。

<sup>90</sup> 此句因不知與有何不同，所以無法解釋。

<sup>91</sup> 取，擇取也。取程，選取計量也。

<sup>92</sup> 乾，《說文解字注》：上出也。即乾燥的意思。

直(置)一升步數而十之,如法一步。竟程卅七步得禾十九斗七升,<sup>93</sup>問幾何步一斗。得曰:減田十一步有(又)九十七分步七十九步而一斗。<sup>94</sup>取程五步一斗,今乾之一斗一升,欲減田令一斗。得曰:減田十一分步五。術曰:以一斗一升數乘五步,令十一而一。<sup>95</sup>

### 34. 秬租<sup>96</sup>

秬租產多乾少,<sup>97</sup>曰:取程七步四分步一斗,今乾之七升少半升,欲求一斗步數。術曰:直(置)十升以乘七斗四分步。一如乾成一數也。曰:九步四十四分步三十九而一斗。程它物如此。<sup>98</sup>

### 35. 程禾<sup>99</sup>

程曰:禾黍一石為粟十六斗泰(大)半斗,舂之為糲米一石,糲米一石為 米九斗, 米九斗為毀(毀)米八斗。<sup>100</sup>王程曰:稻禾一石為粟廿斗,舂之為米十斗,為毀(毀)粳米六斗泰(大)半斗。麥十斗為 三斗。<sup>101</sup>程曰:麥、菽、荅、麻十五斗一石,稟毀(毀) ( )者,以十斗為一石。<sup>102</sup>

### 36. 取泉程<sup>103</sup>

取泉程十步三韋<sup>104</sup>(圍)束一,今乾之廿八寸,問幾何步一束。術曰:乾自乘為法,生自乘有(又)以生一束步數乘之為實,實如法得十一步有九十八分步四十七而一束。<sup>105</sup>

<sup>93</sup> 竟,《說文解字注》:樂曲盡為竟。曲之所止也,引申之凡事之所止,土地之所止曰竟。在此,取土地之所止之義。

<sup>94</sup> 不清楚此句的敘述、計算過程與結果。

<sup>95</sup> 此題分三部分第一部分的運算過程為  $\frac{10}{8}(\text{步/升}) \times 10(\text{升}) = 12\frac{1}{2}(\text{步})$ ; 第二部分數字跟算法差異太大,

故不做解讀; 第三部分的運算過程為  $(10 \times 5) \div 11 = \frac{50}{11}$ ,  $5 - \frac{50}{11} = \frac{5}{11}$ 。

<sup>96</sup> 秬,《說文解字注》:稻屬也。秬租,稻禾之租費。

<sup>97</sup> 「秬租產多乾少」,即對於剛收穫的穀物,收的秬租比乾燥後的穀物多。

<sup>98</sup> 作法為  $\frac{7\frac{1}{4}}{7\frac{1}{3}} \times 10 = 9\frac{39}{44}$ 。

<sup>99</sup> 程,《廣雅,釋三》:「量也。」禾,穀物也。程禾,即糧食的比例換算規定。

<sup>100</sup> 米九斗為毀(毀)米八斗:原文沒有「九」字,據上下文及其文法架構,認為應補「九」字。

<sup>101</sup> 麥十斗為 三斗,增補「為」字。

<sup>102</sup> 這題規定了多種糧食的加工與兌換比例:

(1) 禾黍:粟:糲米: 米:毀米 =  $10 : 16\frac{2}{3} : 10 : 9 : 8$ 。

(2) 稻禾:粟:米:毀粳米 =  $10 : 20 : 10 : 6\frac{2}{3}$ 。

(3) 麥: =  $10 : 3$ 。

<sup>103</sup> 泉,粗麻也。

<sup>104</sup> 一韋等於十寸。

<sup>105</sup> 作法為  $\frac{30^2}{28^2} \times 10 = 11\frac{47}{98}$ 。

**37. 誤券<sup>106</sup>**

租禾誤券者，術曰：毋升者直（置）稅田數以為實，而以券斗為一，以石為十，并以為法，如法得一步。其券有者，直（置）與田步數以為實，而以券斗為一，以石為十，并以為法，如法得一步。其券有升者，直與田步數以為實，而以券之升為一，以斗為十，并為法，如法得一步。<sup>107</sup>

**38. 租吳（誤）券<sup>108</sup>**

田一畝租之十步一斗，凡租二石四斗。今誤券二石五斗，欲益粟其步數，問益粟幾何。曰：九步五分步三而一斗。術曰：以誤券為法，以與田為實。<sup>109</sup>

**39. 糲毀（穀）<sup>110</sup>**

米少半升為糲十分升之三，九之十而一；米少半升為毀（穀）米十五分升之四，八之十而一；米少半升為麥半升，三之，二而一。麥少楊半升為粟廿七分升之十，九母、十子，九之，十而一；<sup>111</sup>麥少半升為米九分升之二，參（三）母、再子，二之，三而一；麥少半升為糲五分升之一，<sup>112</sup>十五母、九子，九之，十五而一；麥少半升為毀（穀）四十五分升之八，十五母、八子。糲米四分升之一為粟五十四分升之廿五，廿七母、五十子；糲米四分升之一為米十八分升之五，九母、十子；糲米楊四分升之一，為毀（穀）米九分升之二，九母、八子；糲米四分升之一為麥十二分升之五，九母、十五子。毀（穀）米四分升之一為米十六分升之五，八母、十子；毀（穀）米四分升之一為糲卅二分升九，八母、九子；毀（穀）米四分升之一為麥卅二分升之十五，八母、十五子；毀（穀）米四分升之一為粟四十八分升之廿五，廿四母、<sup>113</sup>五十子。<sup>114</sup>

**40. 秬<sup>115</sup>**

粟一石秬一斗二升少半升。稟米少半升者得粟七百八十九分升之五百，稟一升者得粟一升二

<sup>106</sup> 券，契也。此題做說明契約有變動時的運算規則。

<sup>107</sup> 如「法」得一步，「法」字原文闕如，今增補。

<sup>108</sup> 此題為租稅有變動時的應用問題。

<sup>109</sup> 作法為  $\frac{24 \times 10}{25} = 9\frac{3}{5}$ 。

<sup>110</sup> 此題為米、麥、糲米、粟米、毀米間換算的比例關係。

<sup>111</sup> 原文中，有七字難以辯識。今由文法架構及答案增補「十子九之十而一」七字。

<sup>112</sup> 「」，每簡文字數目不等，釋文依文意劃分段落。每條簡文終了之處，加「」號標明，以便於讀者核查。

<sup>113</sup> 原文為「廿五」，據上下文，應為「廿四」。

<sup>114</sup> (1) 米：糲米：毀米：麥 = 1 :  $\frac{9}{10}$  :  $\frac{8}{10}$  :  $\frac{3}{2}$ 。

(2) 麥：粟米：米：糲米：毀米 = 1 :  $\frac{10}{9}$  :  $\frac{2}{3}$  :  $\frac{9}{15}$  :  $\frac{8}{15}$ 。

(3) 糲米：粟米：米：毀米：麥 = 1 :  $\frac{50}{27}$  :  $\frac{10}{9}$  :  $\frac{8}{9}$  :  $\frac{15}{9}$ 。

(4) 毀米：米：糲米：麥：粟米 = 1 :  $\frac{10}{8}$  :  $\frac{9}{8}$  :  $\frac{15}{8}$  :  $\frac{50}{24}$

<sup>115</sup> 秬，減少也。

百六十三分升 楊之二百卅七，稟一斗者得粟一斗九升有（又）二百六十三分升之三，稟一石者得粟十九斗有（又）二百六十三分升之卅。

粟石耗五升。稟米少半升者得粟百七十一分升之百，稟一升者得粟一升有（又）二百八十五分升之二百一十五，<sup>116</sup>稟一斗者 楊得粟十七升有（又）二百八十五分升之百五十五，<sup>117</sup>稟一石者得粟十七斗五升有（又）二百八十五分升之百廿五。<sup>118</sup>

#### 41. 粟為米<sup>119</sup>

麻、麥、菽、荅三而當米二；九而當粟十。粟五為米三；米十為粳九，為毀（穀）八。麥三而當稻粟四，禾粟 楊五為稻粟四。<sup>120</sup>

粟求米 粟求米三之，五而一；粟求麥，九之，十而一；粟求粳二十七之，五十而一；粟求□（穀）二十四之，五十而一；米求 楊粟五之，三而一。<sup>121</sup>

#### 42. 粟求米

<sup>116</sup> 原文為一升又二百八十五分升之二百「七」十五，據上下文，應為一升又二百八十五分升之二百「一」十五。

<sup>117</sup> 據上下文，應為十七升有（又）二百八十五分升之百五十「五」，補闕字「五」。

<sup>118</sup> (1) 粟一石耗一斗二升少半升：

$$\text{米 } \frac{1}{3} \text{ 升} \approx \text{粟米 } \frac{500}{789} \text{ 升}；$$

$$\text{米 } 1 \text{ 升} \approx \text{粟米 } 1 \frac{237}{263} \text{ 升}；$$

$$\text{米 } 10 \text{ 升 (1 斗)} \approx \text{粟米 } 19 \frac{3}{263} \text{ 升 (一斗九升又二百六十三分升之三)}；$$

$$\text{米 } 100 \text{ 升 (一石)} \approx \text{粟米 } 190 \frac{30}{263} \text{ 升 (十九斗又二百六十三分升之卅)}。$$

(2) 粟一石耗五升：

$$\text{米 } \frac{1}{3} \text{ 升} \approx \text{粟米 } \frac{100}{171} \text{ 升}；$$

$$\text{米 } 1 \text{ 升} \approx \text{粟米 } 1 \frac{215}{285} \text{ 升}；$$

$$\text{米 } 10 \text{ 升 (1 斗)} \approx \text{粟米 } 17 \frac{155}{285} \text{ 升}；$$

$$\text{米 } 100 \text{ 升 (一石)} \approx \text{粟米 } 175 \frac{125}{285} \text{ 升}。$$

<sup>119</sup> 而本題在給出各種穀物間的換算規則。

<sup>120</sup> 這段給出糧食交換比例。

<sup>121</sup> 此段說明穀物間的換算法則：米 =  $\frac{3}{5}$  × 粟；麥 =  $\frac{9}{10}$  × 粟；粳 =  $\frac{27}{50}$  × 粟；穀 =  $\frac{24}{50}$  × 粟；

米 =  $\frac{3}{5}$  × 粟。《九章算術》第二章『粟米』一開始便給出穀物的交換比例，接下來才是題目，與《算數書》的體例相近，但《九章算術》顯得更為成熟。

粟求米因而三之，五而成一。<sup>122</sup>今有粟一升七分三，當為米幾何？曰：為米七分升六。術曰：母相乘為法，以三乘十為實。<sup>123</sup>

### 43. 米求粟

以米求粟因而五之，三而成一。今有米七（分）升六，當為粟幾何？曰：為粟一升七分升三。術曰：母相乘為法，以五乘六為實。<sup>124</sup>

### 44. 米粟并<sup>125</sup>

有米一石、粟一石，並提之，問米粟當各取幾何。<sup>126</sup>曰：米主取一石二斗十六分升八，粟主取七斗十六分升八。<sup>127</sup>術曰：直（置）米十斗、六斗并以為法，以兩石扁（遍）乘所直（置）各自為實。六斗者，粟之米數也。<sup>128</sup>

### 45. 粟米并

米一粟二，凡十斗，精之為七斗三分升一。術曰：皆五，米粟并為法，五米三粟，以十斗乘之為實。

王

□□□□□ 合 粟 米 □□□

□□□ 米□□□

幾何得曰米六分四分生之一術曰直置米五升 楊

粟五升，粟五升為米三升，并米五升者八以為法，乃更直（置）五升而十之，令如法粟米各一升。

☑ □□二斗五升，其術曰：直（置）米粟，五米三粟 楊

☑ 并以為法，并米粟各乘之為實，實如法而成一。

……石五十有<sup>129</sup>

### 46. 負炭<sup>130</sup>

<sup>122</sup> 此句說明：米 =  $\frac{3}{5}$  × 粟。《九章算術》『粟米』章將此句放在術文中「今有粟一斗，欲為糲米，問得幾何？答曰：為糲米六升。術曰：以粟求糲米，三之，五而一。」。而《算數書》則是將「粟求米三之，五而一」放在問題之前。

<sup>123</sup> 此術表示：米 =  $\frac{3}{5}$  × 粟 =  $\frac{3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{6}{7}$ 。

<sup>124</sup> 原文為「以五乘□□□」，根據上下文，判斷全句為「以五乘六為實」，故將缺字補上。術文之意為：粟 =  $\frac{5}{3}$  ×

$$\text{米} = \frac{5}{3} \times \frac{6}{7} = 1\frac{3}{7}。$$

<sup>125</sup> 題為：米、粟合併在一起。

<sup>126</sup> 此句的意思為：現在要取米與粟共兩石，且利用米一石與粟一石（米六斗）的比例來取，請問米、粟應該各取多少？

<sup>127</sup> 這裡的分數並未約至最簡分數。推測在那個時代雖然已知約分數，但是並不是所有的分數都要約分至最簡分數。

<sup>128</sup> 此術說明：米為  $20 \times \frac{10}{10+6}$ （斗）；粟為  $20 \times \frac{6}{10+6}$ （斗），粟一石為米六斗。

<sup>129</sup> 本題因缺字多，故不作解讀。

負炭山中，日為成炭七斗到車，次一日而負炭道車到官一石。今欲道官往之，負炭中，負炭遠到官，問日到炭幾何。<sup>131</sup>曰：日得炭四斗十七分升二。<sup>132</sup>術曰：取七斗者十之，得七石，七日亦負到官，即取十日與七日並為法，如法得一斗。<sup>133</sup>

#### 47. 盧唐<sup>134</sup>

程曰：一日伐竹六十個，一日為盧唐十五，一竹為三盧唐。欲令一人自伐竹因為盧唐，一日為幾何？曰：為十三盧唐四分之三。術曰：以六十為法，以五十五乘十五為實。<sup>135</sup>

#### 48. 羽矢<sup>136</sup>

程：一人一日為矢卅、羽矢廿。今欲令一人為矢且羽之，一日為幾何？曰：為十二。術曰：并矢、羽以為法，以矢、羽相乘為實。<sup>137</sup>

#### 49. 絲練<sup>138</sup>

以絡絲求練，<sup>139</sup>因而十二之除十六而得一。<sup>140</sup>

#### 50. 行

甲行五十日，今今日壬申，問何日初行。<sup>141</sup>術曰：問壬申何旬也，曰甲子之旬也。既道甲數到任（壬）九日，直（置）九有增<sup>142</sup>

#### 51. 分錢

分錢人二而多三，人三而少二，問幾何人、錢幾何。得曰：五人，錢十三。

<sup>130</sup> 背炭。

<sup>131</sup> 不清楚本句的意思。

<sup>132</sup> 原文為「日得炭四斗十一分升二」，據文中「即取十日與七日並為法」，故將「十一」改為「十七」。

<sup>133</sup> 此術為：日得炭數 =  $\frac{7(\text{斗}) \times 10}{7(\text{日}) + 10(\text{日})} = 4\frac{2}{17}$ （斗/日）。

<sup>134</sup> 盧有盛飯器義。《說文》「盧，飯器也」。「盧唐」兩字並不確切知道其代表的意義，僅由上下文推測其為由竹子所做的器皿，而此題為製作盧唐的應用問題。

<sup>135</sup> 此術為：一日為盧唐數 =  $\frac{55 \times 15}{60}$ 。而依照這個算法所得到的答案是有問題的，且各個數字在此術中並沒有特別說明。

<sup>136</sup> 題為：將箭翎裝飾在箭杆尾部。羽：箭翎裝飾在箭杆尾部，用以保持方向。《釋名·釋兵》「（矢）其旁曰羽，如鳥羽也。鳥須羽而飛，矢須羽而前也。」；矢：箭。

<sup>137</sup> 此術表示：一日為矢且羽之之數 =  $\frac{\text{矢} \times \text{羽}}{\text{矢} + \text{羽}} = \frac{30 \times 20}{30 + 20} = 12$ 。

<sup>138</sup> 練：以練製的白色熟絹。《急就篇》第二章：「緝絡練練粟帛蟬」。

<sup>139</sup> 原文為「以級絲求練」。據《九章算術》『均輸』篇中對絡絲、練絲的敘述「今有絡絲一斤為練絲十二兩，練絲一斤為青絲巾一斤一十二銖。」（參考郭書春，《九章算術譯注》，瀋陽：遼寧教育出版社，1998，頁354），「級」字應為「絡」，故改之。

<sup>140</sup> 此句表示：練絲 = 絡絲  $\times 12 \div 16$ 。比較《九章算術》中『均輸』篇中練絲、絡絲的換算法與算數書中的換算法，兩者是相同的。

<sup>141</sup> 此句意為：甲這個人走了 50 天，今天是壬申日，請問：這個人何日出發？

<sup>142</sup> 此句似有缺字。

贏（盈）不足互乘母為實，子相從為法。<sup>143</sup>皆贏（盈）若不足，子互乘母而各異直（置）之，以子少者除子多者，餘為法，以不足為實。<sup>144</sup>

## 52. 米出錢<sup>145</sup>

糲<稗>米二斗三錢，糲米三斗二錢。今有糲、稗十斗賣得十三錢，問糲、稗各幾何。曰：稗七斗五分三，糲二斗五分二。術曰：令偕（皆）稗也，<sup>146</sup>錢贏（盈）二；令偕（皆）糲也，<sup>147</sup>錢不足六少半。問贏（盈）、不足以為法，以贏（盈）乘十斗為稗以不足乘十斗為糲，皆如法一斗。<sup>148</sup>

米斗一錢三分錢二，黍斗一錢半錢，今以十六錢買米、黍凡十斗，問各幾何，用錢亦各幾何。得曰：米六斗、黍四斗，米錢十、黍六。術曰：以贏（盈）不足，令皆為米，多三分錢二；皆為黍，少錢。下有三分，以一為三，命曰各而少三，并多而少為法，更異直（置）二、三，以十斗各乘之，即質其得，如法一斗。<sup>149</sup>

## 53. 方田<sup>150</sup>

田一畝方幾何步？曰：方十五步三十一分步十五。術曰：方十五步不足十五步，方十六步有餘（餘）十六步。曰：并贏（盈）、不足以為法，不足子乘贏（盈）母，贏（盈）子乘不足母，并以為實，復之，如啟廣之術。<sup>151</sup>

<sup>143</sup> 此句在說明：若人  $a_1$ ，錢多  $b_1$ ，人  $a_2$ ，錢少  $b_2$ ，則用  $(a_1 b_2 + a_2 b_1)$  為分子， $(b_1 + b_2)$  為分母，得到每人應得的錢數  $\frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 + b_2}$ 。

<sup>144</sup> 此題為典型的盈不足術的問題。

<sup>145</sup> 即買米出錢的問題。

<sup>146</sup> 原文為「令偕（皆）糲也」，今將「糲」改為「稗」，以符上下文。

<sup>147</sup> 原文為「令偕（皆）稗也」，今將「稗」改為「糲」，以符上下文。

<sup>148</sup> 術文在說明：將稗米的兩次假設，稗米十斗、稗米零斗及其盈二錢、不足六少半代入盈不足術，得

$$\text{稗米} = \frac{10 \text{斗} \times 6 \frac{1}{3} \text{錢} + 0 \text{斗} \times 2 \text{錢}}{6 \frac{1}{3} \text{錢} + 2 \text{錢}} = 7 \frac{3}{5} \text{斗}，\text{同理得糲米} = \frac{0 \text{斗} \times 6 \frac{1}{3} \text{錢} + 10 \text{斗} \times 2 \text{錢}}{6 \frac{1}{3} \text{錢} + 2 \text{錢}} = 2 \frac{2}{5} \text{斗}。$$

<sup>149</sup> 術文在說明：利用兩次假設的結果，代入盈不足術得

$$\text{米斗} = \frac{10 \text{斗} \times 1 \text{錢} + 0 \text{斗} \times \frac{2}{3} \text{錢}}{1 \text{錢} + \frac{2}{3} \text{錢}} = \frac{10 \text{斗} \times 3 \text{錢} + 0 \text{斗} \times 2 \text{錢}}{3 \text{錢} + 2 \text{錢}} = 6 \text{斗}，$$

$$\text{黍斗} = \frac{0 \text{斗} \times 1 \text{錢} + 10 \text{斗} \times \frac{2}{3} \text{錢}}{1 \text{錢} + \frac{2}{3} \text{錢}} = \frac{0 \text{斗} \times 3 \text{錢} + 10 \text{斗} \times 2 \text{錢}}{3 \text{錢} + 2 \text{錢}} = 4 \text{斗}，$$

<sup>150</sup> 此題求解方田一畝的邊長。其中一畝等於 240 步， $240-225=15$  和  $256-240=16$ ，解法為  $\frac{15 \times 16 + 16 \times 15}{16+15}$ 。此

為平方根近似值的另類解法，『等價於』逼近公式  $\sqrt{a^2 + r} = a + \frac{r}{2a+1}$ 。參考洪萬生，《算數書初探》，待刊

稿。

<sup>151</sup> 見 61 啟廣。

### 54. 除<sup>152</sup>

美除其定方丈，高丈二尺，<sup>153</sup>其除廣丈、袤三丈九尺，其一旁毋高，積三千三百六十尺。<sup>154</sup>術曰：廣積三十尺除高，以其廣、袤乘之，即定。

### 55. 鄆都<sup>155</sup>

鄆都下厚四尺，上厚二尺，高五尺，袤二丈，責（積）百三十三尺少半尺。術曰：倍上厚，以下厚增之，以高及袤乘之，六成一。

### 56. 芻<sup>156</sup>

芻童及方闕下廣丈五尺、袤三丈，上廣二丈、袤四丈，高丈五尺，積九千二百五十尺。術曰：上廣袤、下廣袤各自乘，又上袤從下表以乘上廣，下表從上袤以乘下廣，皆并，以高乘之，<sup>157</sup>六成一。

### 57. 旋粟<sup>158</sup>

旋粟高五尺，下周三丈，積百二十五尺。• 二尺七寸而一石，為粟四十六石二十七分石之八。其述（術）曰：下周自乘，以高乘之，三十六成一。• 大積四千五百尺<sup>159</sup>

### 58. 囷蓋<sup>160</sup>

囷蓋下周六丈，高二丈，為積尺二千尺。乘之之述（術）曰：直（置）如其周令相乘也，有

<sup>152</sup> 除，台階。題中所敘述的物題形狀可能是長、寬和高分別為 10、10 和 12 尺的立方體和長、寬和高分別為 39、10 和 12 尺的塹堵組合而成，但算得結果  $10 \times 10 \times 12 + \frac{1}{2} \times 10 \times 39 \times 12 = 3540$  與原文數據不合，並且有些

原文仍無法解讀。

<sup>153</sup> 一丈等於十尺。

<sup>154</sup> 此體積單位「尺」即為「立方尺」。

<sup>155</sup> 形狀同芻蕘。芻，草。蕘，屋脊。設袤為  $a$ ，上厚  $b_1$ ，下厚  $b_2$ ，高  $h$ ，則其體積公式為  $V = \frac{1}{6}(2b_1 + b_2)ah$ 。

郭書春，《九章算術及其劉徽注》，頁 315。

<sup>156</sup> 此題計算芻童的體積。芻童的本義為草垛，與芻蕘的區別在於有上廣。設芻童的上廣、袤分別為  $a_1$ 、 $b_1$ ，下廣、袤分別為  $a_2$ 、 $b_2$ ，高  $h$ ，則體積公式為

$$V = \frac{1}{6}h[a_1b_1 + a_2b_2 + (b_1 + b_2)a_1 + (b_2 + b_1)a_2] = \frac{1}{6}h[(2b_1 + b_2)a_1 + (2b_2 + b_1)a_2]$$

。郭書春，《九章算術及其劉徽注》，頁 318。

<sup>157</sup> 原文僅為「乘之」，此處改為「以高乘之」，以符合其他題名中的敘述方式。

<sup>158</sup> 即直圓錐體。設圓錐底周長為  $L$ ，高  $h$ ，則其體積公式為  $V = \frac{1}{36}L^2h$ ，郭書春，《九章算術及其劉徽注》，

頁 300。又體積二尺七寸為一石，故換算結果為  $125 \div \frac{27}{10} = 46\frac{8}{27}$ （石）。

<sup>159</sup> 因為本題至此的敘述已是相當完整，原文「• 大積四千五百尺」可能是竹簡錯置。

<sup>160</sup> 囷，圓形的穀倉。其算法同上。

(又)以高乘之，三十六成一。

### 59. (圓)亭<sup>161</sup>

圓亭上周三丈，大周四丈，高二丈，積二千五十五尺三十六分尺二十。術曰：下周乘上周，周自乘，皆并，以高乘之，三十六成一。<sup>162</sup>

### 60. 井材<sup>163</sup>

圓材井窳若它物<sup>164</sup>，周二丈四尺，深丈五尺，積七百二十尺。術曰：藉(藉)周自乘，以深乘之，十二成一。一曰以□乘徑，四成一。<sup>165</sup>•一百半問(?)徑□□<sup>166</sup>

### 62. 以方材 (圓)<sup>167</sup>

以方為圓曰材，方七寸五分三為圓材幾何？曰：四韋(圍)二寸二十五分十四。術曰：方材之一面即圓材之徑也，因而四之以為實，令五而成一。<sup>168</sup>

### 61. 以 (圓)材方<sup>169</sup>

以圓材為方材，曰大四韋(圍)二寸二十五分十四，為方材幾何？曰：方七寸五分三。術曰：因而五之為實，令七而一、四而一。<sup>170</sup>

<sup>161</sup> 圓，圓。即截頂直圓錐體。設圓亭上、大周分別為  $L_1$ 、 $L_2$ ，高  $h$ ，則其體積公式為  $V = \frac{1}{36}(L_1L_2 + L_1^2 + L_2^2)h$ 。

郭書春，《九章算術及其劉徽注》，頁 297。

<sup>162</sup> 原文僅為「三十六成」，此處改為「三十六成一」，以符合其他題名中的敘述方式。原文之後還有「今二千五十五尺分二十」，因為此題前面的敘述已相當完整，可能是竹簡錯置，故將此句刪去。

<sup>163</sup> 即直圓柱體。設井材底周長為  $L$ ，深(高)  $h$ ，則其體積公式為  $V = \frac{1}{12}L^2h$ 。郭書春，《九章算術及其劉徽注》，頁 293。

<sup>164</sup> 窳，深空的樣子。

<sup>165</sup> 此處所指的另—算法疑似「以周、深乘徑，四成一」。

<sup>166</sup> 因敘述不完整，無法辨讀。

<sup>167</sup> 將 61 題和 62 題的順序對調。因 62 題中「以方為圓曰材」用來說明何謂「材」，而且 61 題「術曰」中省略 62 題「術曰」中的「方材之一面即圓材之徑也」，故將 61 題和 62 題的順序調換。62 題「以方材 (圓)」是討論正方形與其內切圓的周長關係，而 61 題「以 (圓)材方」討論圓與其內接正方形的周長關係。62

題的算法似為 61 題的逆運算  $7\frac{3}{5} \times 4 \times \frac{1}{5} \times 7 = 42\frac{14}{25}$ ，但是因 62 題為討論正方形與其內切圓的關係，和 61

題討論的圓與其內接正方形的關係並不相同，可能是因作者或抄書人誤解其中的題意才会有這樣的算法。

<sup>168</sup> 原文並不完整，可能有遺漏的地方。

<sup>169</sup> 討論的圓與其內接正方形的周長關係，其算法應是  $42\frac{14}{25} \times 5 \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{4} = 7\frac{3}{5}$ ，可能是誤將正方形邊長與其對角

線比 5 : 7 (方五斜七) 的關係，推廣至內接正方形與圓的周長比，進而求得正方形的邊長為  $7\frac{3}{5}$ 。值得注

意的是，正確推廣圓與其內接正方形的周長比應為  $7\pi : 20$  (當時  $\pi \approx 3$ )。

<sup>170</sup> 原文為「令七而一四」，將之改為「令七而一、四而一。」以符合本題的算理。

### 63. (圓)材<sup>171</sup>

有圓材一(?)斷之□市□□□□□□大幾何?曰:七(?)十(?)六(?)□□四寸半寸。述(術)曰:□自乘以.....一即成

### 64. 啟廣<sup>172</sup>

田從(縱)三十步,為啟廣幾何而為田一畝?曰:啟八步。術曰:以三十步為法,以二百四十步為實。啟從(縱)亦如此。

### 65. 啟從(縱)<sup>173</sup>

廣二十三步,為啟從(縱)求田四畝。術曰:直(置)四畝步數令如廣步數,而得從(縱)一步,不盈步者以廣命分。復之,令相乘也,有分步者,以廣乘分子如廣步數得一步。廣八分步之六,求田一分步之四,其從(縱)廿分步之十六。<sup>174</sup>廣七分步之三,求田四分步之二,其從(縱)一步六分步之一。求從(縱)術:廣分子乘積分母為法,積分子乘廣分母為實,實如法一步。節(即)以廣、從(縱)相乘,凡凡令分母相乘為法,分子相乘為實,實如法一。

### 66. 少廣<sup>175</sup>

<sup>171</sup> 原文缺漏甚多,故無法解讀。

<sup>172</sup> 面積除以縱(長)得廣(寬),故算得  $240 \div 30 = 8$ 。

<sup>173</sup> 此題是面積或長度為分數的算法。長=面積÷廣(寬) =  $\frac{\text{積分子} \times \text{廣分母}}{\text{廣分子} \times \text{積分母}} = \frac{\text{積分子}}{\text{積分母}} \times \frac{\text{廣分母}}{\text{廣分子}}$ 。其中第一小題

題目,可能為廣(寬) =  $\frac{6}{8}$ 、面積 =  $\frac{4}{1}$ ,算得縱(長) =  $\frac{4}{1} \div \frac{6}{8} = \frac{16}{3}$ ,則原文「其從(縱)廿一分之十六」

應改為「其從(縱)三分之十六」;另一種可能是廣(寬) =  $\frac{6}{8}$ 、面積 =  $\frac{6}{7}$ ,算得縱(長) =  $\frac{16}{21}$ ,則原文「求

田一分之四」應改為「求田廿一分之十二」。

<sup>174</sup> 原文為「求田一分之四,其從(縱)廿一分之十六」,改為「求田一分步之四,其從(縱)廿一分步之十六」

以符合其他題名中的敘述方式。其中第一小題的題目可能為廣(寬) =  $\frac{6}{8}$ 、面積 =  $\frac{4}{1}$ ,則算得縱(長)

=  $\frac{4}{1} \div \frac{6}{8} = \frac{16}{3}$ ,故應將「其從(縱)廿一分步之十六」再改為「其從(縱)三分步之十六」;另一種可能是

廣(寬) =  $\frac{6}{8}$ 、面積 =  $\frac{6}{7}$ ,則算得縱(長) =  $\frac{16}{21}$ ,故應將「求田一分步之四」再改為「求田廿一分步之十二」。

第二小題題目則是廣(寬) =  $\frac{3}{7}$ 、面積 =  $\frac{2}{4}$ ,算得縱(長) =  $\frac{1}{6}$ 。

<sup>175</sup> 少廣題是處理長乘廣為定值(長 240 步×廣 1 步=240 平方步=一畝)的情形下,若廣逐漸增加為

$1, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ , 長的值如何求取的問題。文後附有從為

救（求）少廣之術曰：先直（置）廣，即曰：下有若干步，以一為若干，以半為若干，以三分為若干，積分以盡所救（求）分同之以為法，即（藉）直（置）田二百四十步亦以一為若干，以為積步，除積步如法得從一步。不盈步者，以法命其分。有（又）曰：復之，即以廣乘從，令復為二百四十步田一畝。其從有不分者，直（置）如法增（增）不分，復乘之以為小十；有分步者，以廣乘分子，如廣步數，得一步。

少廣：廣一步半步，以一為二，半為一，同之三以為法，即值（置）二百四十步，亦以一為二除，如法得從一步，為從百六十步。因以一步、半步乘。下有三分，以一為六，半為三，三分為二，同之十一得從百卅步有（又）十一分步之十，<sup>176</sup>乘之田一畝。下有四分，以一為十二，半為六，三分為四，四分為三，同之得廿五得從百一十五步有（又）五分步之五，<sup>177</sup>乘之田一畝。下有五分，以一為六十，半為卅，三分為廿，四分為十五，五分為十二，同之百卅七。得從百五步有（又）百卅七分步之十五，乘之田一畝。下有六分，以一為六十，半為卅，三分為廿，四分為十五，五分為十二，六分為十，同之百四十七得從九十七步有（又）四十九分步之四十七分。<sup>178</sup>下有七分，以一為四百廿，半為二百一十，三分為百四十，四分為百五，五分為八十四，六分為七十，七分為六十，同之千八十九。得從九十二步一百廿一分步之六十八，<sup>179</sup>乘之田一畝。下有八分，以一為八百四十，半為四百廿，三分為二百八十，四分為二百一十，五分為百六十八，六分為百四十，七分為百廿，八分為百五，同之于〔二千〕二百八十三以為法，<sup>180</sup>得從八十八步有（又）二千二百八十三步之六百九十六，乘之田一畝。下有九分，以一為二千五百廿，半為千二百六十，三分為八百四十，<sup>181</sup>四分為六百卅，五分為五百四，六分為四百廿，七分為三百六十，八分為三百一十五，九分為二百八十，同之七千一百廿九以為法，得從八十四步有（又）七千一百廿九分步之五千九百六十四，<sup>182</sup>乘之成田一畝。下有十分，以一為二千五百廿，半為千二百六十，三分為八百四十，四分為六百卅，五分為五百四，六分為四百廿，七分為三百六十，八分為三百一十五，九分為二百八十，十分為二百五十二，同之七千三百八十一以為法，得從八十一有（又）七千三百八十一分步之六千九百三十九，<sup>183</sup>乘之成田一畝。步有〔（又）〕千八十九分步之六百一十二，乘之田一畝。<sup>184</sup>

$n = 2, n = 3, \dots, n = 10$  的情形，最後有段文字無上下文的意義，可能脫字過多，或是衍文。

<sup>176</sup> 以現在的符號形式還原其演算過程，試舉  $n = 3$  為例：

$$\begin{array}{r} 1 \qquad 6 \quad (\text{以一為六}) \\ 1/2 \qquad 3 \quad (\text{半為三}) \\ 1/3 \qquad 2 \quad (\text{三分為二}) \\ \hline 11 (\text{同之十一}) \\ \frac{240 \times 6}{11} = 130 \frac{10}{11} \quad (\text{得從百卅步有(又)十一分步之十}) \end{array}$$

<sup>177</sup> 原文為「廿五分步之五」，「廿」應刪去。

<sup>178</sup> 原文為「百四十七分」，應改為「四十九分步之四十七分」。

<sup>179</sup> 「五百四十一」應改為一百廿一分步之六十八。

<sup>180</sup> 原文「二百□十三」，中的□應為八。

<sup>181</sup> 原文「八百卅」應為「八百四十」。

<sup>182</sup> 原文「五千七百六十四」應是「五千九百六十四」。

<sup>183</sup> 原文「八百□□□」應是九百三十九。

<sup>184</sup> 「步有〔（又）〕千八十九分步之六百一十二，乘之田一畝。」此段文字無上下文的意義，可能脫字過多，或是衍文。比較《算數書》此題所附的九題演算與《九章算術》第四卷『少廣』的第一至第九題，無論數目或術文均有極高的重覆性，本題的校對正是比對《九章算術》而得，至於兩者間的異同比較，可參閱洪萬生《算數書初探》一文。

### 67. 大廣<sup>185</sup>

廣七步四十九分步之□□□□□□□□□□□□□□□□為□六十四步有(又)三百四十三分步之二百七十三。大廣術曰：直(置)廣從而各以其分母乘其上全步，令分子從之，令相乘也為實，有(又)各令分母相乘為法，如法得一步，不盈步以法命之。

### 68. 里田<sup>186</sup>

里田術曰：里乘里，里也，廣、從各一里，即直(置)一因而三之，有(又)三五之，即為田三頃七十五畝。<sup>187</sup>其廣從不等者，先以里相乘，已，乃因而三之，有(又)三五之，乃成。今有廣二百二十里，從三百五十里，為田廿八萬八千七百五十頃。直(置)提封以此為之。一曰：里而乘里，里也，壹三而三五之，即頃畝數也，有(又)曰：里乘里，里也，〔因而三之〕，以里之下即予廿五因而三之，亦其頃畝數也。<sup>188</sup>曰：廣一里，從一里為田三頃七十五畝。

<sup>185</sup> 本題脫字過多，以致文意無法聯貫。  
<sup>186</sup> 里田術提供兩種將面積為平方里換算成頃畝的簡便算法。  
<sup>187</sup> 以現在的符號形式還原其演算過程，第一種算法如下：

$$\begin{aligned} 1 \text{ 里} \times 1 \text{ 里} &= 1 \text{ 平方里} && (\text{里乘里，里也}) \\ 1 \text{ 平方里} \times 3 &= 3 && (\text{即直(置)一因而三之}) \\ 3 \times 5 \times 5 \times 5 &= 375(\text{畝}) && (\text{有(又)三五之}) \\ &= 3 \text{ 頃 } 75 \text{ 畝} \end{aligned}$$

<sup>188</sup> 第二種算法則是：

$$\begin{aligned} 1 \text{ 里} \times 1 \text{ 里} &= 1 \text{ 平方里} && (\text{里乘里，里也}) \\ 1 \text{ 平方里} \times 3 &= 3 \text{ 頃} && (\text{〔因而三之〕}) \\ 1 \times (25 \times 3) &= 75(\text{畝}) && (\text{以里之下即予廿五因而三之}) \\ 3 \text{ 頃} + 75 \text{ 畝} &= 3 \text{ 頃 } 75 \text{ 畝} \end{aligned}$$