

HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系退休教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
 助理編輯：黃俊璋（台北市立和平高中）
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）
 葉吉海（陽明高中）陳彥宏（成功高中）
 王文珮（青溪國中）
 英家銘（台北醫學大學）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

第十八卷 第四期 目錄 (2015年4月)

- 數學史融入教學教案設計
單元名稱：一元一次方程式
- 約翰·迪伊：
一個有神祕色彩的數學家

數學史融入教學教案設計 單元名稱：一元一次方程式

林美杏

台北市立中正國中

學習單設計理念

代數課程中，符號的使用一直都是學生學習困難之一，但這卻是學習求解多元多次方程式的必備工具，重要性不容忽視。在第三章課程開始講授之前，先給予學生學習單 1：代數記號的演變，透過此學習單的文章閱讀，讓學生瞭解代數符號的演變過程如同數學學習歷程般，亦是循序漸進的，而非那麼地遙不可及。教師在第三章教學完畢後，再給予學習單 2：古人的智慧，目的在於提供解決一元一次方程式的不同方法，一方面讓學習高成就的學生藉由瞭解古人作法的繁複而更能在現代作法的便利性中悠遊自得，另一方面也可提供學習低成就的學生另一個可行作法。建議將「學習單 2」放在第三章講授完畢後再進行補充，可避免學生捨棄不容易入門的代數學習轉而為算數學習。完成「學習單 2」的講解後，可再給予學生學習單 3：牛刀小試，作為課後延伸練習，加深學生印象。

學習單之實施流程規劃

- 1.教學前，先給予學習單 1：代數記號的演變。
（講授 §3-1「以符號代表數」之前發給學生自行閱讀）
- 2.講授課本 3-1、3-2、3-3。
- 3.給予學習單 2：古人的智慧。
（可以小組討論方式搭配教師講課方式進行教學）
- 4.學習單 3：牛刀小試
（作為學生課後延伸練習之用）

學習單 1 代數記號的演變過程

(主要資料來源：《溫柔數學史》單元 8)

我們從國小開始接觸「代數」，然而代數到底是什麼？只是與數目有關的符號操作而已嗎？當你想到代數時，什麼東西會立刻浮現在你的腦海？是不是 x 和其他英文字母，以數字及算術符號連成一系列的式子？這個看法某些部分是對的，但，單只以符號形式來描述代數，就好比用衣著與外觀來評斷人的好壞一樣，你所看到的，並不是全部。許多讓代數順利運作的東西隱藏在代數外觀的衣著之下，而代數的符號表示方式，也會影響它的威力和效用。

代數問題一開始是以文字敘述來呈現的，例如巴比倫（約於西元前 3000 年左右）數學中出現的一個問題：「我曾將長和寬相乘得面積 10，我曾將長自乘得一面積，我將長較寬多的部分自乘再以 9 乘之，這個面積與長自乘的面積相等，問長和寬各幾何？」而在埃及留下來的蘭德紙莎草文書中也有如下的問題：「有一個量，它的一半和它的三分之一與它加在一起後變成 10。」用來代表未知數的「某物 (thing)」則佔據使用排行榜相當長的一段時間。符號的引入，可說是丟番圖 (Diophantus, 約西元 250 年) 的主要成就之一，他將未知數稱為「(這個) 問題的數 (the number of the problem)」。第九世紀，阿爾·花刺子模使用「shai」這個字來代表未知量，當他的書被譯成拉丁文時，這個字變成「res」，即是「某物」的意思。有些拉丁文本使用「causa」來表示「shai」，而當這些書被譯成義大利文時，「causa」變成「cosa」。德國數學家研究這些拉丁文與義大利文書籍時，代表未知數的字眼就變成了「coss」。英國人沿用這個詞，並將研究涉及未知數的問題稱為「解未知數之術」(The Cossic Art, 以那時的拼法為 Cossike Arte)。

現代化的代數符號，牽涉到未知數、次方、根號與運算符號……等等，要走到這樣的符號化程度，中間經過了相當漫長混亂的改革與突破，途中許多數學家或多或少有過貢獻。許多早期的代數符號，都只是常用字的縮寫而已，例如： p 或 \tilde{p} 或是 \bar{p} 代表相加， m 或 \tilde{m} 或是 \bar{m} 代表相減等等。這個作法雖然節省了書寫與印刷的時間，但並未構成一個普遍性的語言。數學家們期待能夠發明一個好的符號，看起來像是會代替我們思考一樣，只要操作些記號就可以得到結果。

我們現在使用的一些符號於十六世紀初期的德國開始出現。十七世紀時，韋達 (François Viète, 1540-1603) 有系統地使用字母，不僅把字母用作未知數及其乘冪，還將之當成一般係數，他通常使用子音字母表示已知數，母音字母表示未知數，為代數符號化帶來突破性發展。而韋達的符號系統，由笛卡兒 (Rene Descartes, 1596-1650) 加以改進。笛卡兒運用字母表最後幾個小寫字母來表示未知數 (如： x 、 y 、 z)，開頭幾個小寫字母來表示 (已知) 常數 (如： a 、 b 、 c) 等等，已經慢慢類似我們現在的習慣。雷考德 (Robert Recorde, 1510-1558) 提出使用「=」這個記號來代表相等，但它仍只是幾種相等符號的表示法 (如：笛卡兒的「 ∞ 」) 中的一種而已。「=」被普遍性的接受或用來表示相等的符號，可能是牛頓與萊布尼茲的大量使用之故。他們的微積分系統，主宰了整個十七世紀晚期與十八世紀早期的數學，所以他們使用的記號變得廣為人知。在十八世紀期間，萊布尼茲的微積分記號的優勢漸漸地取代牛頓的記號系統。如果當初萊布尼茲選擇的是笛卡兒的記號而非雷考德的話，我們今天也許就得使用「 ∞ 」來表示相等了！

學習單 2

 古人的智慧

授課節數：一節課（45 分鐘）

（PS：灰底部分為老師在講授過程中穿插的引導）

古埃及的蘭德紙莎草文書中的問題 26：

「一個量，它的四分之一加上它後等於 15。」

你知道還沒發展出以符號表示數的古埃及人是怎麼計算的嗎？

（請學生討論後說明想法）

以下是古埃及人的作法：

假設這個量是 4（為何假定為 4？乃因為很容易便可計算 4 的 $\frac{1}{4}$ ）

將 4 和它的 $\frac{1}{4}$ 相加 $\Rightarrow 4+1=5$

我們要的是 15，但剛剛得到的答案是 5：只需將所得到的數（亦即 5）乘以 3 就能得到我們要的數（也就是 15）。

接著將我們猜測的數字乘上 3

所以答案為 $4 \times 3 = 12$

這個方法稱做「單設法」（single false position，或稱「試位法」）：

假定一個答案，儘管可能不是真正的解答，但是會使得計算容易一點，然後使用這個猜測去得到一個倍數，使得猜測的數乘上這個倍數會得到真正的答案。

我們用「單設法」來解決蘭德紙莎草文書中另一個問題，問題 24：

「某數和他的 $\frac{1}{7}$ 相加得 19，求該數。」

（解法）：

假設該數為 7

$$7 \times \frac{1}{7} = 1$$

$$7 + 1 = 8$$

$$19 \div 8 = 2\frac{3}{8}$$

$$7 \times 2\frac{3}{8} = 16\frac{5}{8}$$

現代解法：（可請學生上台演示）

$$x + \frac{1}{7}x = 19 \quad \frac{8}{7}x = 19$$

$$x = 19 \div \frac{8}{7} = 16\frac{5}{8}$$

現代解法是不是簡便多了呢？

中國也有這樣的例子，但如果方程式中多了常數項，試位法可就行不通了！這時，古埃及人又是如何解決這個問題呢？因為蘭德紙莎草文書流傳的資料不多，我們以中國古代有名的數學書《九章算術》中的例子來說明！

《九章算術》盈朒章：

今有共買物，人出八，盈三；人出七，不足四。問人數、物價各幾何？
答曰：七人，物價五十三。

（此處可搭配課本 P.218 例題 6：「將一袋桃子平均分給學生，如果每人分 10 個，則剩 8 個，如果每人分 12 個，則不足 6 個，求學生多少人？桃子總數多少個？」做示範）

（解法）：

假設每人出 8 元（隨機猜測），結果付出的總錢數比物價多 3 元。

再假設每人出 7 元，結果付出的總錢數比物價少 4 元。

$$\begin{array}{r} 8 \quad \times \quad (\text{多})3 \\ 7 \quad \times \quad (\text{少})4 \end{array}$$

$$8 \times 4 = 32$$

$$7 \times 3 = 21$$

$$32 + 21 = 53$$

$$4 + 3 = 7$$

$$53 \div 7 = \frac{53}{7} \text{ (即為每人應出的錢數)}$$

我們用這個方法來試著求解課本 P.217 的例題 5：

甲、乙、丙三人共同儲蓄，已知甲比乙少存 270 元，乙比丙多存 100 元，且三人共存 1520 元，則甲、乙、丙三人各存多少元？

（解法一）：

假設甲存 500 元 \Rightarrow 乙存 $500+270=770$ 元 \Rightarrow 丙存 $770-100=670$ 元

$500+770+670=1940$ （多 $1940-1520=420$ 元）

再假設甲存 100 元 \Rightarrow 乙存 $100+270=370$ 元 \Rightarrow 丙存 $370-100=270$ 元

$100+370+270=740$ （少 780 元）

$$\begin{array}{r} 500 \quad \times \quad (\text{多})420 \\ 100 \quad \times \quad (\text{少})780 \end{array}$$

$$500 \times 780 = 390000$$

$$100 \times 420 = 42000$$

$$390000 + 42000 = 432000$$

$$420 + 780 = 1200$$

$$432000 \div 1200 = 360 \text{ (即為甲所存的錢數)}$$

上面這個方法，稱做「雙設法」(double false position)：

情況一：誤差不同類型（一低估、一高估）

→利用乘積之和除以兩誤差間的和。(目的：避免負數)

關於課本 P.217 的例題 5 之「解法一」即屬此類型。

情況二：誤差同類型（皆高估或低估）

→利用乘積之差除以兩誤差間的差。茲說明如下：

課本 P.217 的例題 5 之「解法二」：

假設甲存 100 元 ⇨ 乙存 $100+270=370$ 元 ⇨ 丙存 $370-100=270$ 元

$100+370+270=740$ (少 780 元)

再假設甲存 200 元 ⇨ 乙存 $200+270=470$ 元 ⇨ 丙存 $470-100=370$ 元

$200+470+370=1040$ (少 $1520-1040=480$ 元)

100 \times (少)780

200 \times (少)480

$100 \times 480 = 48000$

$200 \times 780 = 156000$

$156000 - 48000 = 108000$

$780 - 480 = 300$

$108000 \div 300 = 360$ (即為甲所存的錢數)

現代解法：(可請學生上台演示)

設甲有 x 元 ⇨ 乙有 $x+270$ 元 ⇨ 丙有 $(x+270)-100=x+170$ 元

$x+(x+270)+(x+170)=1520$

$3x+440=1520$

$3x=1080$

$x=360$

比較一下，現代解法是不是簡便多了呢？

所以透過代數運算方式，還是容易許多的！

學習單 3 牛刀小試

1. 利用單設法（試位法）求解「學習單 1」中所描述的問題：

有一個量，它的一半和它的三分之一與它加在一起後變成 10。請問這個數量為多少？(出自蘭德紙莎草文書)，並用現代方法檢驗答案是否正確。

2. 利用雙設法重新求解課本 3-3 例子 (P.211)，感受一下古人做數學的方法吧！

問題：

小雯與家人到農場踏青，已知全票每張 x 元，且一張全票比優待票貴 15 元。他們買了 2 張全票及 4 張優待票，共需 210 元，求全票、優待票每張各為多少元？

約翰·迪伊：一個有神秘色彩的數學家

劉雅茵

國立南科國際實驗中學

在《伊莉莎白：輝煌時代》電影中，故事進行到西班牙無敵艦隊入侵、英國陷入危急存亡之際，女皇前來約翰·迪伊博士辦公室，向他諮詢禦敵之道。約翰·迪伊讚賞女皇英明，艱苦奮鬥必能度過難關，但卻拒絕說明他的星占所指示的，究竟是哪個帝國升起，哪個帝國淪落。

伊莉莎白女皇：請，就給我希望吧。

約翰·迪伊：陛下，這股形塑我們世界的力量，比我們所有人都要強大。計使你是女王，我怎麼能保證他們會共同促成您的喜好呢？但至少我知道，當風暴停止時，每個人的行為會與他們的本質一致。有些會恐懼的不能說話。有些會逃走。有些會躲藏。而有些會展開他們的翅膀，就像老鷹一樣，在風中遨翔。

伊莉莎白女皇：迪伊博士，你是個有智慧的人。

約翰·迪伊：而您，女士(madame)，是一個非常偉大的小姐(lady)。



約翰·笛伊畫像，引自網頁

<http://www.luminarium.org/encyclopedia/johndee.htm>

約翰·迪伊(John Dee)可以說是16世紀英國歷史上最迷人的角色之一，他是伊莉莎白女皇(Queen Elizabeth)的國師，同時也是數學家。他的生命中充滿了科學、實驗、數學、占星與魔法。透過約翰·迪伊，或許可以提供我們當時的數學家是如何看待神秘學問與數學的關係，以及數學家在當時所扮演的角色

一、出生、求學與工作

1527年7月13日，約翰·迪伊在英國倫敦誕生，卒於1608年或1609年。他的父親羅蘭德·迪(Ronald Dee)是威爾士(Welsh)的後裔，也是亨利八世(King Henry VIII)的宮廷紡織商，而他的母親是珍·懷爾德(Jane Wild)，約翰·迪伊是他們的獨生子。

約翰·迪伊在1542年進入劍橋的聖約翰學院學習希臘文、拉丁文、哲學、幾何學、數論及天文學，並在1546年以文學士畢業，隨後成為聖約翰學院的研究員。1546年12月，亨利八世創立了三一學院，在當時這是劍橋最大的學院，約翰·迪伊成為其創立時的研究員之一。後來，由於對英國對待科學的態度感到不滿，約翰·迪伊在1548年前往布魯塞爾附近的魯汶(Louvain)，開始他的歐洲大陸學習之旅。在那裡，他和赫馬·

弗里修斯 (Gemma Frisius) 以及麥卡托 (Gerardus Mercator) 一起研究，甚至與麥卡托成為很親近的朋友。¹

在 1550 年，當時歐洲陷入宗教改革 (reformation)、反改教 (counter-reformation) 運動與文化改革的風暴中，而約翰·迪伊正是處在天主教與新教徒之間的中間人。他在巴黎大學教授歐幾里得的《幾何原本》，特別地，他以歐幾里得的命題方式來評論時事。這是多麼有魅力的課程啊，他的演講廳總是被學生擠得水洩不通，即使窗外的學生聽不到他的聲音，也想要一睹他的風采。

約翰·迪伊的熱門課程為他贏得了聲望，也因而獲得巴黎大學的青睞，邀聘他為數學教授，但他沒有接受。三年後，牛津大學提供給他數學科學的講師職位，他也拒絕了。後來，當他為英國愛德華六世 (King Edward VI, 亨利八世的兒子) 進行有關宇宙論與地質學的簡報之後，他被留下來為英王服務，也開始了他的公職生涯。

在愛德華六世過世後，天主教與新教徒在繼承上產生了劇烈的衝突，最後由瑪麗皇后 (Queen Mary, 亨利八世的女兒) 繼承英國王位。在瑪麗皇后上位後，她開始採取反新教徒的措施，許多人被捕下獄，約翰·迪伊的父親正是其中之一。事實上，「血腥瑪麗」的封號應該是這樣來的。在羅蘭德·迪伊被剝奪所有財產之後，才被釋放出來，但是這也使得約翰·迪伊陷入嚴重的財務困境。在 1555 年，約翰·迪伊以星占計算的罪名被捕，三個月之後，他才被無罪釋放。這段期間的英國認為數學擁有神秘的力量，他們甚至會燒毀數學書籍，因為它們具有魔法。事實上，對當時的英國人而言，mathematics 這個英文字等同於占星，任何人凡是牽涉到 mathematics，隨時都可能被羅織罪名而下獄。

二、約翰·迪伊的圖書館

1556 年，約翰·迪伊向瑪麗皇后提案建立國家圖書館，不過，這項提案並未得到支持。然而，儘管財務困難，他決定要建立自己的圖書館。這個圖書館位在倫敦的摩特雷克 (Mortlake)，是他與母親的住所。他的圖書館有著驚人數量的學者作品、天文儀器、地球儀 (包括麥卡托送給他的) 和精準的時鐘。在 1558 年瑪麗皇后過世後，約翰·迪伊迅速地向繼任的伊莉莎白女皇 (也是亨利八世的女兒) 靠攏，甚至為她計算星盤，挑選適合加冕的良辰吉日。1568 年，約翰·迪伊出版 *Propaedeutica Aphoristica*，獻給伊莉莎白女皇，並教導女皇數學知識以便解該書。本書包含了物理、數學、占星學與魔

¹ 赫馬·弗里修斯 (Gemma Frisius, 1508~1555)，他是一個物理學家、數學家、製圖家、哲學家以及工具製作者，他製作的工具其品質與準確度為弟谷 (Tycho Brahe) 所稱讚。在 1533 年他首度提出以三角測量的方法，至今仍然為測量學所使用。他更是第一個提出可以利用時鐘來確定經線，在當時這是不被相信的，直到精確的時鐘出現，這一觀點被證實了。麥卡托及約翰·迪伊都是赫馬·弗里修斯的學生。參考自 http://en.wikipedia.org/wiki/Gemma_Frisius。

麥卡托 (Gerardus Mercator, 1512~1594)，他跟隨赫馬·弗里修斯學習數學、天文學和地理學。1537 年，他製造了一張聖經的聖地地圖，由於地圖精確可靠，很受時人的讚賞。1569 年，麥卡托發表著名的麥卡托投影法，他解釋道他意圖「將球體表面攤開在平面上，使各個地區的相對位置彼此之間皆正確，連同距離以及經緯度也考慮在內。」而他的世界地圖至今仍為人所使用，甚至是 Google Maps。參考自 <http://pansci.tw/archives/65015> 及 <http://wol.jw.org/zh-Hant/wol/d/r24/lp-ch/102009127#h=11>。

法，其中提到不同重量的物體會以相同速度落下的概念，以及宇宙中的每個物體都會對其他物體施加一種力。當然，約翰·迪伊，一個曾經服侍過瑪麗皇后的官員，為何會迅速地與新教徒的伊莉莎白女皇友好？這相當令人納悶，甚至有人懷疑他是伊莉莎白女皇安排在瑪麗皇后跟前的間諜。

約翰·迪伊為了他的圖書館，曾多次去歐洲收集書籍，同時也學習天文、占星、數學、密碼和魔法 — 這些主題都與他想要理解宇宙的終極真相有關。儘管他的財務困難，但由他的信件中可以發現，他訪問歐洲時通常會住在體面的旅館，讓人不得不猜測他去歐洲的目的，是否帶有其他的政治任務？我們可以看以下兩個例子，就不難理解怎麼會有這樣的猜測了。

1563 年，約翰·迪伊宣稱他要去歐洲找回他在低地國家出版過的作品。在這趟歐洲旅程中，他也去魯萊斯堡（Pressburg）晉見了神聖羅馬帝國皇帝魯道夫二世（Rudolph II），並獻上他的著作 *Monas Hieroglyphica*，這本書的書名頁附圖，揭示了該書是打開宇宙智慧的一把鑰匙。

另外，在致賽西爾（Cecil，是女皇重要的大臣，後來成為財務大臣）的書信中，約翰·迪伊提到他從一個匈牙利的貴族手中，取得特里特米烏斯（Trithemius）的 *Steganographia* 手稿，但他只能拿到一半的副本。約翰·迪伊認為他如果繼續為這個貴族服務，應該可以得到其餘的部分。這本書對約翰·迪伊來說是無價的，在寫給賽西爾的信中，他激動地表示：

對於閣下或親王而言，如此適合，如此必要且寬敞的一本書，就好像在人類的知識中，沒有比這更適合，更必要的。...這本書...我要獻給閣下，比起其他耗費精神的工作，它是我至今所找到的最珍貴的寶石。²

在約翰·迪伊的檔案中，我們也可以找到關於這項任務的表揚證書，可見他應該是為了英國政府，去尋找某項很有價值的手稿，而且，他為此花費了許多心思。

三、英譯版《幾何原本》序言

約翰·迪伊生平撰寫了近 80 篇論文，多數都沒有出版，有許多至今也只存標題，原稿喪失殆盡。在他眾多的論文之中，以他為比林斯利（Billingsley）在 1570 年出版的第一本英文版《幾何原本》（封面參見圖二）所寫的序言最為有名，其中，他提出了一套系統化的分類架構，納入知識內容涵蓋數學技術（mathematical arts）、自然科學、它們之間彼此的關係，以及到 1570 年之前所有它們的發展情況。約翰·迪伊的系統源自柏拉圖的觀念論，以及亞里斯多德實用知識與理論知識兩者的結合。

實際上，約翰·迪伊以數學作為所有生命的重要理論，是萬物的共通點，也因此是所有知識的基礎。他的分類並不是像一般的分類，將知識分成同地位的不同分支。在約

² 轉引自 Leslie A. Rutledge, “John Dee: Consultant to Queen Elizabeth I”.

翰·迪伊的本體論中，任何事物可以分成超自然的、自然的或是數學的；自然的事物有物質的實體（material substance），超自然的事物有精神的實體（spiritual substance），數學的事物是非實體的（non-substantive）。前兩者互相獨立存在，而在它們之上，則是支配原理的數學，即數學可同等地應用於所有主題上，是所有智慧的準則。因此，約翰·迪伊主張數學是研究科學的終極目標。他更描述數學就像是一棵樹的主幹，自然科學與人文科學就像嫁接在主幹上的樹枝。在這個比喻中，自然科學和人文科學是不同材料的樹枝，因為它們有各自的假設，以及一連串的演繹推理，然而，它們即使是不同的實體，卻都依賴著數學。數學是溝通所有智慧的橋樑，針對某知識之追求，是有助於另一知識的追求的，因為數學可以將它們串聯起來。為了表示數學是生命的統一原理，他還提到：

上帝...以數字、重量和尺寸創造出萬物：因此，賜與我們祂偉大的神蹟，祂揭示了方法，藉此，可以獲得關於先前提到的祂的三項主要工具的充分且必要的知識：那個方法，我已大量地向你證明了，是自然學科和數學技術（*artes mathematicall*）。³

約翰·迪伊所提到的科學及衍生出來的技術(*artes*)包含：通俗的算術(*Arithmetike*)，即操作與比較數字的技術；通俗的幾何(*Geometrie*)，即測量的技術；透視圖法(*Perspective*)；天文學(*Astronomie*)；音樂(*Musike*)；宇宙結構學(*Cosmographie*)；⁴占星學(*Astrologie*)；靜力學(*Statike*)；人類誌(*Anthropographie*)，即關於人類的科學；旋轉機械運動學(*Trochilike*)，即所有關於圓周運動的技術；*Heliocosophy*，即關於螺旋線的性質；氣體動力學(*Pneumatithmie*)；*Menadrie*，即關於力的加成作用；*Hypogeiodie*，即關於地表的特徵與地下的特徵的相關性；*Hydragogie*，即關於輸水到所需之處的技術；*Horometrie*，即時間的研究；*Zographie*，即圖解的技術，特別是繪畫；建築學(*Architecture*)；航海學(*Nauigation*)；魔術(*Thaumaturgike*)，即技巧上的幻覺的技術；*Archemastrie*，即實用數學的技術，約翰·迪伊認為這是技術與科學的最高級的技巧。儘管約翰·迪伊的分類在當代而言並不是最全面的，但我們可以從他的分類看到關於 16 世紀智慧結晶的素描，以及仍待發展的方向。

除了為 1570 年的《幾何原本》寫序之外，約翰·迪伊也在後面幾卷有關立體幾何的卷末加上了註解，以附錄的形式存世。這可能和他之前的 *Tyrocinium Mathematicum* 有關，可惜這本書已經遺失。該書很可能是他為了教導托馬斯·迪其斯（Thomas Digges）學習《幾何原本》的立體幾何部分所寫。有趣的，是約翰·迪伊為《幾何原本》的第十三卷第二個命題作註解時，他特別標上日期 1569 年 12 月 18 日，這似乎顯示出他並不想將這些註解，拱手讓給比林斯利。



圖二：第一部英文版《幾何原本》封面

³ 轉引自 Charles St. Clair, Norman, "John Dee's 'Mathematicall Praeface': A Sixteenth Century Classification of the Mathematical Arts and Science".

⁴ 宇宙結構學（cosmography）是繪製宇宙的普遍特徵的一門學科，其中包含描述天堂與地球的關係，但並未涉及地理學與天文學的範疇。參考自 <http://en.wikipedia.org/wiki/Cosmography>。

四、航海學與曆法改革

從 1555 年開始的 32 年期間，約翰·迪伊在穆斯科公司（*Muscovy Company*）擔任顧問，它的一項目標即是尋找最北的航道。他為這間公司準備航海的資料，包含北極地區的航海圖在內。在 1576 年出發去探索新世界之前，他也教導船員幾何學與宇宙結構學。

在伊莉莎白時代面臨財務困難之時，所能想到的解決方法，無疑的就是海軍與黃金。為了建立海上防衛隊，約翰·迪伊大量地出版他的 *General and Rare Memorials pertaining to the Perfect Art of Navigation*，書中囊括了數千人的海軍經驗、潮汐圖以及英國所有海岸的深度。為什麼約翰·迪伊用「稀少」（rare）這個字眼呢？這是因為他控制這本書的分布！約翰·迪伊在政府服務時學到了分類的重要，因此，他將此書分類為「限官方使用」，並且只給政府的重要成員。想當然爾，這本書最後被稱為「英國最稀少的印刷書」。

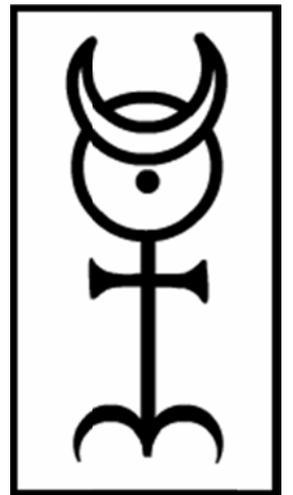
1583 年，約翰·迪伊曾向伊莉莎白提出曆法改革，使曆法合乎天文年（the astronomical year）。當時的曆法是由教宗格力固里十三世（Pope Gregory XIII）以 325 年尼西亞公會（the Council of Nicaea）的日期而定，這是政治考量而制訂的曆法，約翰·迪伊的曆法則是符合天文原理。他的提案獲得伊莉莎白的支持，卻遭受坎特伯雷大主教（the Archbishop of Canterbury）的反對，一方面是因為他長期與伊莉莎白不合，另一方面是因為這個曆法與天主教教會前年實行的曆法太接近。約翰·迪伊的曆法改革失敗，意味著直到 1752 年為止，英國曆法都與其他歐洲地區的曆法不一致。

五、占星與煉金

約翰·迪讀過許多關於煉金術與占星學的圖書資料，也寫過相關的書籍。這個情況在文藝復興時期並不令人意外，就如弟谷（Tycho Brahe）、牛頓、卡瓦列利（Cavalieri）、克卜勒都著迷於占星學或煉金術。1581 年，約翰·迪伊在他的日記裡寫到：

我注視著人家給我的水晶球（*Chrystallo*），而且我看到了。⁵

從此，約翰·迪伊開始與靈界（the spirit world）溝通。但是約翰·迪伊並沒有辦法把水晶球所顯現的事物看得很清楚。在 1583 年，一個自稱可以透過凝視水晶球和天使與靈魂互動的人 — 愛德華·凱利（Edward Kelley），走進了約翰·迪伊的生命。約翰·迪伊和凱利開始利用水晶球和天使的密碼（*Claves Angelicae*）為人進行占卜或施咒，其中地位最高的客人，便是波蘭的阿爾伯特·拉斯基（Albert Łaski）伯爵。拉斯基伯爵當時快破產了，所以，他亟需黃金，而天使承諾他會找到煉金的配方，因此，他請約翰·迪伊和凱利連夜趕往波蘭幫助他。



圖三⁶

⁵ 同註釋 1。

接下來幾年，凱利厭倦了接收天使的密碼的工作，而且薪水太低，所以，他離開約翰·迪伊，開始自己生產某種紅色和白色的粉末，並且進行煉金的工作，他得到了財富，身分地位也快速地晉升，由愛德華·凱利博士到愛德華·凱利爵士，但最終入獄收場。約翰·迪伊接到來自英國大法官布爾里（Burleigh, the Lord Chancellor）的來信，因為西班牙的無敵艦隊快要入侵了，希望能得到凱利的黃金以支援英國的海軍。但最終伊莉莎白所得到的，只是一隻溫熱的鍋子，裡面有著一小圈的黃金，據說是用凱利的粉所提煉出來的。

相對於凱利的戲劇性生涯，約翰·迪伊黯淡許多，他依舊處於財務困境，更糟糕的，是他回到摩特雷克，卻發現他的圖書館多數的書與科學工具都被偷了。在伊莉莎白的認可下，他試著得到聖約翰大教堂院長（Master of St John's Cross）一職，可惜，受制於坎特伯雷大主教的反對，他並未成功。終於在 1596 年，約翰·迪伊成為曼徹斯特的參議會的教區委員（warden of the Collegiate Chapter in Manchester）。實際上，這是迫使他離開倫敦的手段。1608 年，約翰·迪伊在倫敦過世。

六、結論

在 16 世紀的文藝復興時期，數學家除了良好的專業訓練之外，還需透過社會地位的提升，來增加自己的知名度與說服力。在當時隨著歐洲的船員開始向其他地區展開探索與冒險，航海學、天文學有關的幾何學，以及當時文化所需的占星學顯得格外重要，而成為當時的數學家與科學家所關注的焦點之一。我們可以看到約翰·迪伊以占星、魔法以及其數學、航海等各方面的知識為貴族服務，換取到伊莉莎白的國師一職，讓他有足夠的機會發揮長才與影響。或許我們可以說約翰·迪伊的一生正是那個時代的一個縮影吧！

此外，我們可以注意到《幾何原本》對約翰·迪伊的影響甚大。《幾何原本》從不證自明的公理出發，逐步建構出複雜的理論，或許約翰·迪伊也秉持相同的看法，無怪乎他在《幾何原本》的序言裡提到的數學，正是宇宙萬物最基本的原理。

《幾何原本》是西方學習數學與科學的重要依據，從教育的觀點來看，其重點在於發展學習者的演繹推理能力。約翰·迪伊在巴黎大學的《幾何原本》課程極其令人印象深刻。他將《幾何原本》的學習與時事結合，仿造歐幾里得的命題方式來議論時事，或許這是我們可以學習的一種教學法。

參考文獻

1. 網站 The MacTutor History of Mathematics archive
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Dee.html>
2. Rutledge, Leslie A. (2011). "John Dee : Consultant to Queen Elizabeth I"

⁶ The Monas Hieroglyphica 是由約翰·迪伊所創造的，他認為這個圖像表示神祕學知識的基本符號；此外，*The Monas Hieroglyphic* 也是他的一本出版作品，內容就是關於神秘的事物。圖引自網頁
<http://www.mysteriousbritain.co.uk/occult/john-dee.html>

3. Charles St. Clair, Norman (1963). "John Dee's "Mathematicall Praeface": A Sixteenth Century Classification of the Mathematical Arts and Science", PROC. OF THE OKLA. ACAD. OF SCI. FOR 1963, pp165-168.
4. Stedall, Jacqueline (2012). *The History of Mathematics: A Very Short Introduction*. New York: Oxford University Press.
5. Johnston, Stephen (2009). "John Dee's *Tyrociniium Mathematicum*: new evidence for a lost text," John Dee Quartercentenary Conference.

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂 PDF 電子檔。要訂閱請將您的大名、地址、e-mail 至 suhv1022@gmail.com
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請 e-mail 至 suhv1022@gmail.com
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlatter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）

基隆市：許文璋（南榮國中）

台北市：英家銘（台北醫學大學）楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）
蘇俊鴻（北一女中）陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）
郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）
彭良禎、鄭宜瑾（師大附中）郭守德（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）
文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）林壽福、吳如皓（興雅國中）傅聖國（健康國小）
李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）林美杏（中正國中）朱廣忠（建成國中）

新北市：顏志成（新莊高中）陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵
（海山高工）周奎奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬
（明德高中）羅春暉（二重國小）賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏（丹鳳國中）
莊耀仁（溪崑國中）、廖傑成（錦和高中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）

桃園縣：許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中）陳威南（平鎮中學）

洪宜亭、郭志輝（內壢高中）鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中）程和欽（大園國際高中）、
鍾秀瓏（東安國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）

新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川（新竹高商）

新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）、劉雅茵（台中二中）、林芳羽（大里高中）、洪秀敏（豐原高中）、李傑霖、
賴信志、陳姿研（台中女中）、莊佳維（成功國中）、李建勳（萬和國中）

彰化市：林典蔚（彰化高中）

南投縣：洪誌陽（普台高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜
（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）林義強（高雄女中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）黃俊才（中正國中）

澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學）張復凱（金門高中）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！