

## 藝數家玩摺紙~生活篇首部曲

### 正六邊形的平安符

台北市麗山高中 彭良楨

在台灣廟宇裡，平安符常被摺成「正六邊形」放在符袋中（圖一），好讓孩童掛在身上保平安。本文即解說此一正六邊形平安符的製作過程與數學原理。



（圖一）平安符及其六角包裝。

#### 一、製作過程

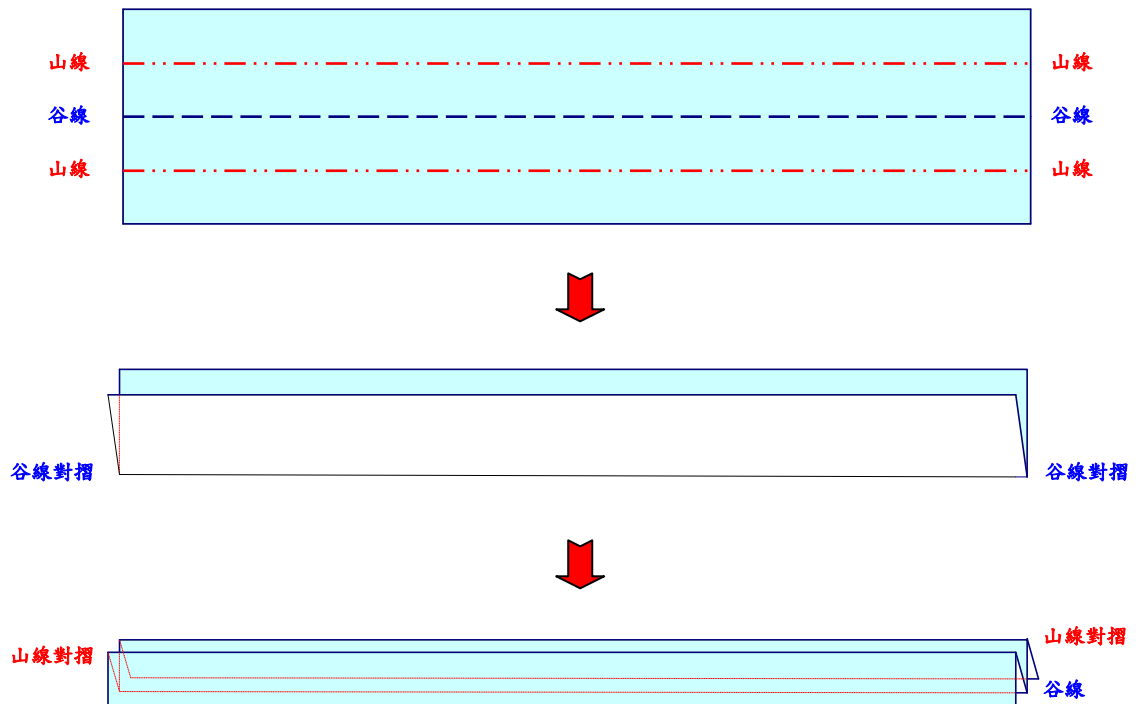
**器材：**統一發票一張。

**說明：**常見的平安符多為長條狀，在日常生活中，就屬統一發票的規格（ $19 \times 4.4$  cm）與之最相近，且取得容易。與平安符相較，發票的缺點就是紙張較厚，導致摺紙過程中所呈現的誤差較顯著，需搭配技術上的修正。

**步驟 1：**依發票的長邊方向對摺出  $1/4$  的長方形紙條。

**建議：**為減少誤差，宜摺成山線-谷線-山線的 M 型「 $1/4$  長方形」（圖二）。

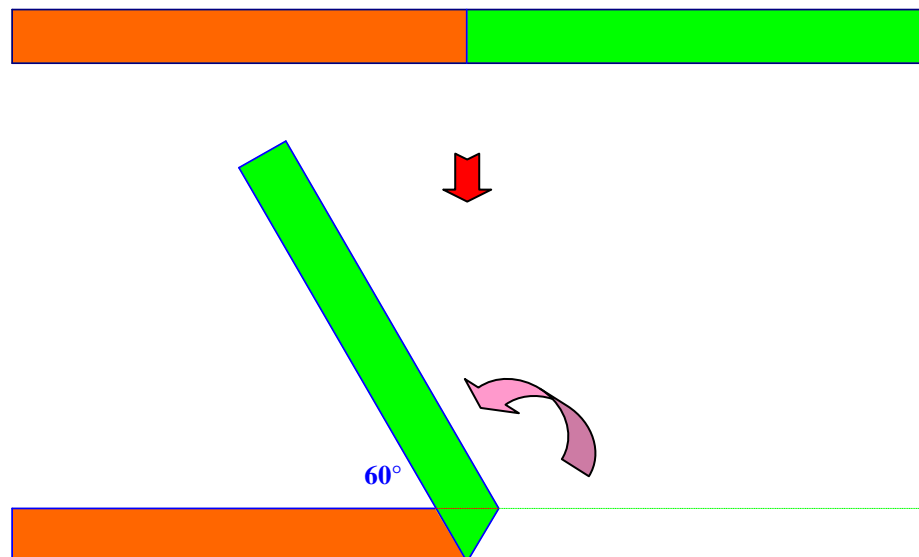
**方法：**若欲使正面的圖文呈現在外，則需將發票的正面朝上。先對摺  $1/2$  處下凹的谷線，再分別對摺  $1/4$  處上凸的山線。



(圖二) 將發票摺成 M 型 1/4 長紙條的過程。

**步驟 2：**在長紙條的 1/2 處摺出一個 V 型的 60°角 (圖三)。

**說明：**此處的 60°角只須目測判斷即可，到**步驟 3**會再作必要的調整。為便於圖解說明與區別，圖三以橘、綠兩種顏色分別呈現長紙條的左右段。

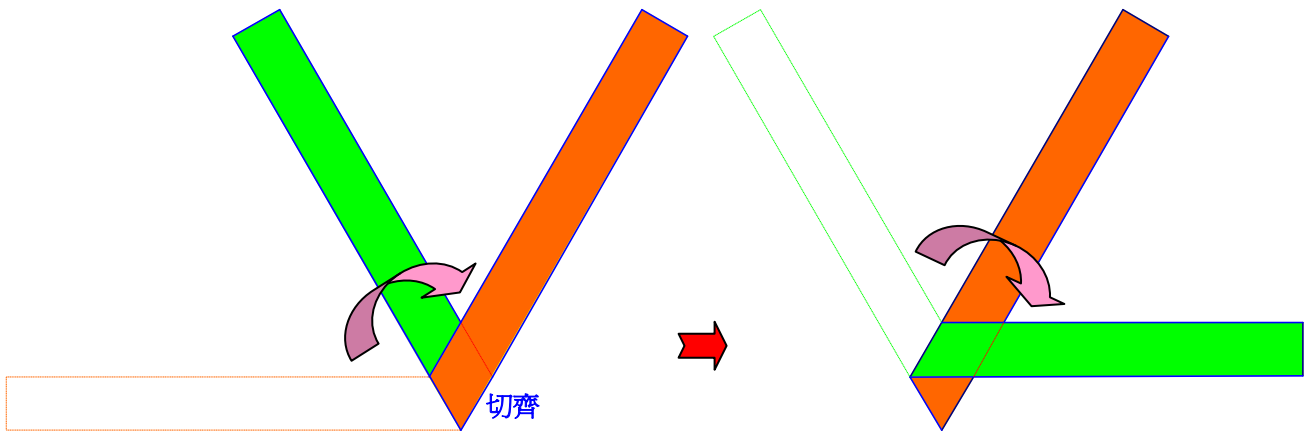


(圖三) 六角平安符的起點動作：摺出 V 型的 60°角。

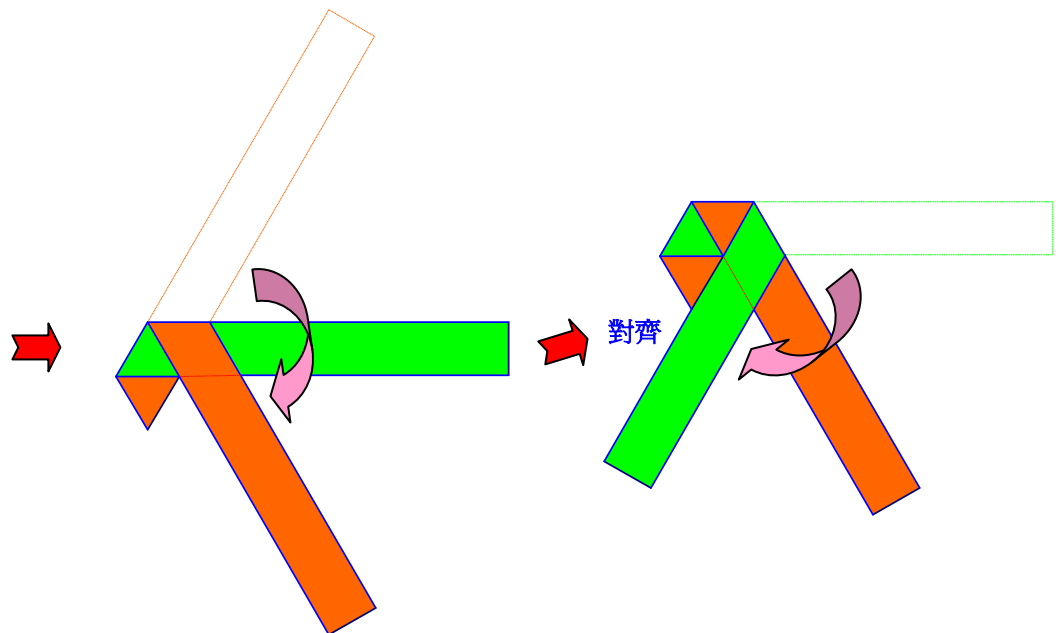
**步驟 3：**將 V 型角的左右 2 段紙條，依序以下層的紙條摺壓過上層的紙條 (以下簡稱為「下壓上」)，如此不斷地重疊摺，可出一系列的正三角形，直到 2 段紙條被收完為止。

**說明：1.**「上壓下」亦可，但以「下壓上」較易觀察、調整誤差。此處的「下壓上」為順時針方向的操作示範。

**2.**每一次「下壓上」時，都須適度調整誤差，特別是第 1 次和第 4、5 次。第 1 次「下壓上」要調整兩段紙條的位置，使橘色紙條能完全切齊綠色紙條（圖四左），以便獲得步驟 2 的 60°V 型角。第 4 次「下壓上」要調整綠色紙條的位置，使之能完全對齊橘色的 V 型邊；第 5 次「下壓上」則是再次確認循環摺出的正三角形能合為一個正六邊形（圖五右、圖六左）。

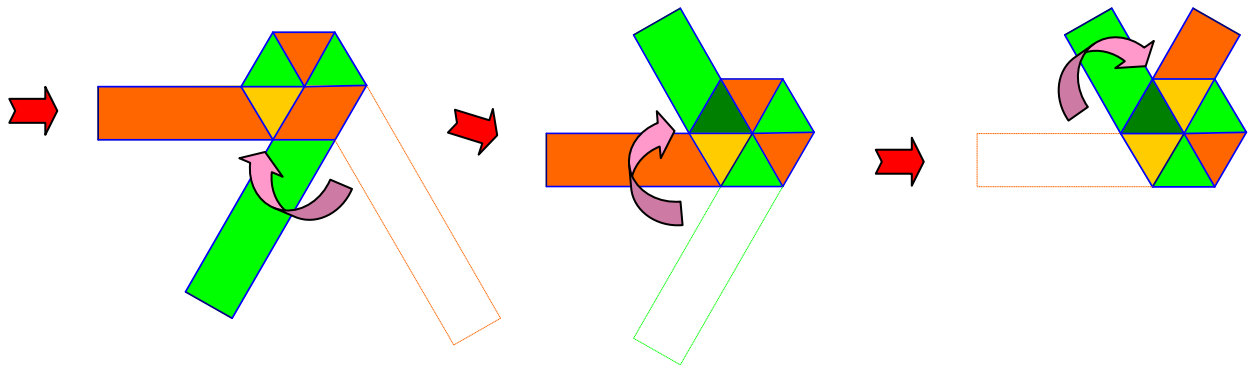


（圖四）第 1、2 次「下壓上」的過程。



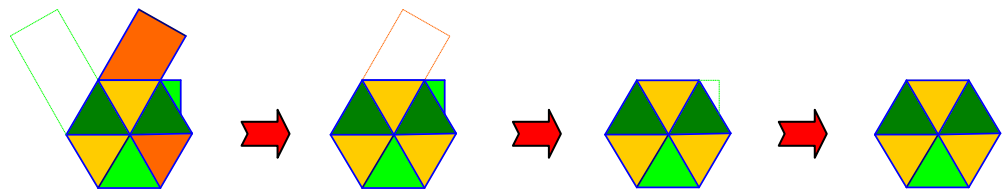
（圖五）第 3、4 次「下壓上」的過程。

**3.**因循環層疊的「環結」會自動螺旋張開，故在第 5 次以後的「下壓上」動作，都要壓在一開始的 V 型角之下，藉此嵌扣成緊密的六角形結構（圖六）。此處特別以顏色的深淺來突顯一開始的 V 型角與第 5 次以後「下壓上」紙條的上下層疊關係。



(圖六) 第 5、6、7 次「下壓上」在 V 型角下層的過程。

4. 約 9 次左右可將紙條收完，最後再將尾巴做必要的隱藏即可 (圖七)。



(圖七) 第 8、9、10 次「下壓上」的收尾過程。

## 二、數學原理

**現象 1：**山線-谷線-山線將長方形 4 等分。

**原理：**長方形屬「二軸對稱」圖形，其兩條對稱軸分別與長、寬平行。

**對照：**在**步驟 1**中，先將發票的兩個長邊重合，藉此可將發票對摺出 2 個全等的「1/2 長方形」，所摺的谷線就是對稱軸的位置；同理，從「1/2 長方形」對摺出 2 個全等的「1/4 長方形」，所摺的山線也是對稱軸的位置。(參見圖二)

**思路：**由於  $4 = 2 \times 2$ ，故摺紙將長方形 4 等分的策略便是先 2 等分，再分別 2 等分。

**現象 2：**長方形紙條可摺收成一個正六邊形。

**原理 1：**平角 ( $180^\circ$ ) 的三等分為  $60^\circ$  角。

**2.**正三角形可規則排成長條狀 (圖八左)。

**3.**正六邊形可從中心等分成 6 個正三角形 (圖八右)。

**操作 1：**在**步驟 2、3**中，先將**綠 1 三角形**摺疊到**黑 1 三角形**上，讓長紙條摺成 V 型 (還不保證是  $60^\circ$  角)，而在第 1 次「下壓上」時，要將**橘 1 三角形**調整摺疊到**綠 1 三角形**上，才能將平角三等分，故須調整橘色紙條的位置，使之與綠色紙條切齊，以確保得出  $60^\circ$  的 V 型角。

**2.**在**步驟 3**以後的「下壓上」動作，即是不斷地將「下紙條」依「上紙條」的邊為對稱軸翻轉，此時位在「下紙條」中的正三角形外角 ( $120^\circ$ )，恰可翻摺成位在「上紙條」的正六邊形內角 ( $120^\circ$ )，故在圖八的長紙條結構中，可發現同一編號的正三角形都會出現 3 次。

**3.**若將正六邊形等分成 6 個正三角形的現象視為環狀結構，當固定以「下壓

上」的順時針或逆時針方向操作時，即可循環回到 V 型角的起點，接合成一個正六邊形。圖八左右另兩色系的正三角形是進入正六邊形第 2 層以後的重疊部份。



(圖八) 正六邊形平安符的結構剖析。

**建議：**理論上，兩段紙條可完美地摺收成一個「正六邊形」。但在實際操作上，會因紙張的厚度產生誤差，以致下層的正六邊形結構會較上層大，為使上下層的正六邊形大小都相同，建議在第 4 次以後的「下壓上」動作時，宜適度讓正六邊形的中心留個小孔，以便後續操作的緩衝調整，也方便平安符穿線吊掛。